B. N. C.
FIRENZE
1163
4

1163.4

Digitized by Google

1163
4

TRACTATVS
De
PROPORTIONVM INSTRVMENTO,

Quod merito Compendium vniuerſæ Geometriæ dixeris,

Autore

GALILÆO GALILÆI,
NOBILI FLORENTINO,
PHILOSOPHO ET MATHEMATICO
EXCELLENTISSIMO;

Ex Italica Lingua Latine conuerſus, adiectis Notis, quibus & artificioſa Inſtrumenti fabrica, & vſus vlterior exponitur

Editio  Secunda.

ARGENTORATI,
Typis DAVIDIS HAUTTI,
M. DC. XXXV.

BIBLIOTECA NAZIONALE 1872

1163.4

ILLVSTRIBVS AC GENEROSISSIMIS DOMINIS,

DOMINO HENRICO

MEDIO RVTHENO, DYNASTÆ à PLAVEN, DOMINO IN GRAITZ, Cranichfeld, Gera, Schlaitz, & Lobenſtein:

DOMINO IOANNI-CASPARO, Baroni a Schônburg, Domino in Glaucha & Waldenburg:

DOMINIS MEIS CLEMENTIBVS, S.

EX omni ſcientiarum genere, quod Illuſtribus ac veſtri ordinis hominibus, Generoſi Barones, tractandum eſt, haud ſcio, vllum ne ſit Matheſi magis neceſſarium vel ad eas artes, quibus Res gubernantur publicæ, diſcendum: vel munia laudati Magiſtratûs obeundum. Eſt, vt eas diſciplinas, in quibus etiam inferioris conditionis hominū occupari ſolet induſtria, latere nunc patiar, conuenientiſſimum vobis, atque adeo pene proprium, Politicæ, & quæ huic ſubſeruit, Ethicæ ſtudium. At in hoc quàm ſit mathematum intelligentia neceſſaria, Platonis & Ariſtotelis de Repub. moribuſq; philoſophia declarat ampliſſimè, in qua laudatarum actionum atq; adminiſtrationum partes ratione, proportione, ſymmetria definiuntur. Et quidem Platonis de Repub. libri mathematum peritum lectorem vſq; adeo requirunt, vt quidam libris ad eam rem ſeparatis Mathematicos Platonicæ Philoſophiç locos interpretandos ſibi ſumpſerint.

Ariſtotelis certè de Iuſtitia virtutum principe in Ethicis liber omninò mathematicus eſt. Iuris deinde ciuilis atque legum cognitio ſubditis aliquando & præfuturo & profuturo tam eſt neceſſaria, quam quæ maxime. Verum & hæc matheſeos carere ſubſidio non poteſt. Conſtat enim, leges Romanas multis locis ac partibus lineamentorum γραμμικὰς ἀποδείξεις, ac numerorum ſubtilitates requirere. Nec ad intelligendum tantùm & cognoſcendum ea, quæ legibus ſanciuntur; ſed ad agendum etiam & exequendum perutilis ac neceſſaria matheſis eſt: quippe quæ velut Dea quædam æquitatis atque Iuſtitiæ ſuum cuique partitur ac tribuit, modò arithmeticâ numeri, modò geometricâ dignitatis proportione ſeruatâ. Hoc enim examine lanx vtraque Iuſtitiæ in æquamento & libramento partium tanquam radiorum æqualiū, & æquitate iuris æquiponderantium conquieſcit. Eſt Rem curaturo publicam ſummoperè neceſſaria rerum geſtarum veteriſq; memoriæ cognitio, vt actiones ſuas atq; conſilia non præceptis modò, ſed & exemplis regat: imitetur ſuo loco ac tempore, quæ fœliciter proſpereque: fugiat, quæ ſecus euenerunt. Atqui & in hoc hiſtorici ſtudii ſtadio progredietur auſpicatiore gradu is, qui Matheſi, atque huius potiſſimùm ea parte quæ terrarum ſitum ac temporum tradit rationem, tanquam Ariadnæ filo ductus, ingreſſus illud fuerit; quàm qui manibus & pedibus, quod aiunt, illotis irruperit. Adeoque ſola Mathematica, ſupra quàm ex profeſſo docet, rectè diſciplinas omnes ceteras perſequendi perillustre ſuæ claritatis exemplum & veluti normam præbet, vt non immeritò a Platone in Timæo καλὰ τῶν μουσῶν ὁδὸς, ad eruditionem via nominetur: præfixum eius ſcholæ foribus illud fuerit, ἀγεωμέτρητος οὐδεὶς εἰσίτω: imperitus geometriæ (quo nomine arithmeticam quoque ſunt complexi) ne quis ingreditor. Quando verò iam clauum imperii tenere, Reipub. tractare gubernacula, & in lucem, in conſpe-

ctum

ctum hominum expromere oportet ea, quæ ſunt è literis hauſta, tum verò vel maximè viri principes experiuntur, quanta matheſis adiumenta ſuppeditet non pacatis tantùm & ciuilibus negotiis expediendis, cùm eſt iudicandum de controuerſiis hereiſcundæ familiæ, dirimendi lucri, damni, conſimiliumque litium, vbi partes ſæpe toto diuiduo ſunt maiores: cùm conſtituenda per prouincias æquâ ratione vectigalia: cùm in æſtimandis generibus rationum omnium atq; diiudicandis eſt verſandum: cùm vrbiû inſtituenda vel examinanda ſtructura, ſitus, amœnitas, robur: cum de controuerſis agrorum, pratorum, ſyluarum limitibus iudicium ferendum, expedienda alia ſunt, in quibus ex perſuadentium nutu Magiſtratus pendére nolit: verùm etiam in gerendis bellis, vbi certè paginam vtramque mathematica facit: machinarum ſuppeditat peritiam: Tacticen docet, quæ victoriam ex proportione ac ordinis ratione molitur, vt ex interuallis ordinum aut ſubſidia mittantur, aut defeſſis receptus concedatur. Atque hinc eſt, quod ſummi Monarchæ, Principes, Dynaſtæ, mathematicas diſciplinas vt plurimum in deliciis habuerunt: noſtris quoque temporibus Iulii Cæſares, Adriani, Caroli Magni, Alphonſi, Æmilii Pauli reperiuntur, qui, quòd & ipſi has colũnt artes, & earum cultores amant atq; fouent, à populari contemptu facilè ipſas vindicare queunt: cùm principibus placuiſſe viris non vltima laus ſit. Nimirum cùm ſint Magiſtratus terreſtria quædam Numina, ac Dii Sacris in literis appellentur, hac quoque re machinatorem omnium rerum Deum ſibi proponunt, proponere certè debent ad imitandum, qui, quod Platonis eſt ἀκρόαμα, μάλιϛα πάντων γεωμετρεῖ, hoc eſt, numero, ratione, menſurâ Vniuerſitatem & conſtituit, & gubernat: vt Plutarchus in octauo ſympoſiaco eleganter interpretatur.

Porrò cùm duo ſint hominum genera, qui literas

tractant: vnum eorum, qui ætatem in abditarum rerum atque ſubtiliſſimarum notitia ſcrupuloſè perſcrutanda conterunt, & in contemplatione nuda ſuauiter acquieſcentes, nihil in vita curant vlteriùs: alterum illorum, qui ad vſum ciuilem artes transferre conſtituerunt, ideoque myſteriis earum penitioribus inueſtigandis minimè ſe fatigant, ne ſcilicet occupatos in ſternenda politicam ad vitam via ſenium occupet: horum ad claſſem Illuſtri nati loco referendi videntur, quibus eſt vtique cum Enniano illo Neoptolemo paucis philoſophandum. Et ſunt profectò, vt ad inſtitutum paulò propiùs accedam, in Geometria problemata multa, quæ, quamuis ratione contemplationis excellentiam ſuam obtinent: vſum tamen ſi ſpectes, exigui momenti ſunt: qualia ſunt Archimedea plæraque de conoeidibus & ſphæroeidibus, de ſpiralibus lineis: maxima item illorum pars, quæ de lineis irrationalibus tradita ſunt, quorum contemplatio magnâ eſt cum obſcuritate difficultateque coniuncta: adeò vt vnus Elementorum Euclidis decimus liber, qui de irrationalibus eſt & aſymmetris lineis, obſcuritate ſua Iuſtiniani pandectas omnes, Rami iudicio, facilè ſuperet. Horum intempeſtiuæ ſpeculationi vacare minùs commodè queunt ii, qui vires ingenii corporiſque grauioribus aliis laboribus exantlandis, ac ſtudiis inſtituto ſuo vitæque generi conuenientioribus integras conſeruare debent. Quin etiam in iis geometriæ partibus, quæ plus ad communem vitam vtilitatis adferre ſolent, non tamen pauca inſunt, ad quæ proximiore & quaſi compendiariâ viâ perueniri, & eorum haberi ratio poteſt, qui diuturnioris moræ tædium vorare detrectantes, regiâ viâ malunt, quàm per ambages, ad ea, quæ ſibi neceſſaria vident, contendere. Quare ſumma laude & gloriâ digniſſima Galilæi de Galilæis, præſtantiſſimi Mathematici eſt induſtria, qui annis abhinc non multis excogitauit Inſtrumentum quoddam, cuius adminiculo

niculo pauculis diebus, quicquid ad vſum ciuilem atque militarem ex Geometria & Arithmetica depromi poteſt, facili negotio, magno cum temporis & laboris compendio cognoſcitur; quo vno certè Inuento, etiamſi aliis per ſe ipſe clarus non foret, eſt autem pluribus, vno, inquam, hoc inuento nomen ſuum æternâ memoriâ ſacrum, poſteritati traderet. Cùm autem ea, quæ Vir ille præſtantiſſimus de iſthoc eximio ſuo inuento ſcripſit, paucis, & Italicæ tantùm linguæ gnaris eſſent vſui, nō defuerunt ex amicis ac fautoribus meis, qui, ſi verſione Latina bonum iſtud communius, ac proinde melius redderem, non exiguam à mathematicarum artium ſtudioſis hominibus me gratiam initurum putârunt: atq; ita vt facerem, perſuaſerunt.

Hunc meum fœtum, (ita dico, meum: nempe mea qualicunq; opera ſic recèns politum, latinitate donatum, ac notationum veſte nouâ indutum) humilimè Vobis offero, propriumque dico, Barones perilluſtres, Domini mei Clementes. Sequor in hoc Archimedis exemplum, qui nemini ſua inſcribenda iudicauit opera, niſi qui talium rerum intelligens ac peritus fuiſſet. Vos quippe, vt fideliſſimo ductu Viri Clariſſimi, Domini IOHANNIS RICHTERI, in aliis ſtudiorum gèneribus, è quibus firma parantur ad ſalutem hominibus dandam, Rem tractandam publicam præſidia, verſamini fæliciter: ita quoque, maximorum Heroum in hoc exemplum ſecuti, Mathematicas haſce Muſas familiariter in ſecretum admittitis: nec pœnitendos in benè numerandi doctrinâ, in magnitudinum, & quæ his inſunt, adfectionum ſcientia progreſſus feciſtis. Quibus de rebus, atque de hoc ipſo proportionum Inſtrumento, quod adeò clementer audire me diſſerentem, ſæpenumerò dignitati fuiſtis, multis etiam beneficiis affeciſtis, vt in magna fælicitatis parte loco: ſic viciſſim meæ in Vos obſeruantiæ, gratitudinis ac ſubmiſſi ſtudii teſtem chartaceum hocce munuſculum, cùm nihil

ſup-

ſuppetat aliud, extare volo Accedit, quòd quærendi fuerunt huic operi, quorum patrocinio & autoritate contra morſus inuidorum ſeſe tueretur. Cùm enim ſolenne ſit hoc tempore vt non ſcioli modò, ſed penè lippi tonſoresque pręſtantiſſimorum virorum exiſtimationi detrahant, alieni nominis ruinâ famæ popularis auram captent: quid mihi, qui me meaque infra mediocritatem poſita lubens agnoſco, poſſit accidere, facilè coniecturam capio. Quorum ab iniqua cenſura Veſtro me præſidio tutum vt præſtetis: & qua eſtis hactenus clementia complexi, poſthac item complectamini, qua par eſt obſeruantia ſubmiſſioneque rogo, DEVM precatus, vt Virtutis ac indolis generoſæ ſemina illa, quæ nunc in germen ſeſe tenerum explicant, ad maturitatem, & canam frugem perducat, omniaque cœpta veſtra ſoſpitet, quò communi olim patriæ commodo, Illuſtrib. veſtris Familiis ornamento ſingulari eſſe queatis P. P. Argentorati, Nonis Septembribus, Anno reparatæ ſalutis 1612.

GG. VV. ſubmiſſè colens,

MATTHIAS BERNEGGERVS.

Lectori Beneuolo.

NE ſphalmata typographica librum fœdarent, quantum potuit fieri, cautum eſt. Vnum tamen eſt, de quo moneam. Fol. 96. lin. 6 à fine pro axis ſphera, legatur latus pyramidis: itemq; tertia poſt lineâ, pro diameter vel axis ſphera, leg. latus pyramidis. Quod ſi quid aliud neglectum deprehenderis, non illud Autori, ſed mihi velim imputes. Potuit enim ſanè fieri, vt homo Germanus, qui nunquam pedem in Italiam intuli, ac priuatis vigiliis eius linguæ cognitionem paraui, ſim alicubi hallucinatus. Notas adiectas dediſſem locupletiores, niſi hac editio retardata primò, poſt nimiùm præcipitata breuem feciſſet Polliceor tamen ſecundis curis vberiora omnia: niſi, prout ſperamus, Autor Nobiliſſimus ipſe. (quod alicubi polliceri videtur, ſed vel nimiũ rigidus obſeruator Horatiani præcepti pluſquam in nonum hactenus annum preſſit: aut ſublimioribus aliis diſtrictus tenetur) ex vberrimis doctrinæ ſuæ fontibus perfectum aliquid, ac ſuis abſolutum numeris ad nos de hoc inuento ſuo deriuârit.

INSTRV-

INSTRVMENTI PROPORTIONUM VSUS.

Propoſitam lineam in partes æquales dividere.

PROBLEMA I.

NOvi proportionum Inſtrumenti uſum explicaturi, faciemus initium ab illius ea facie, in qua linearum quatuor paria deſcripta ſunt, cum ſuis diviſionibus, & numeris: atque inter has declarabimus primum interiores illas, quas *Arithmeticas* appellare placuit, cùm diviſæ ſint ſecundùm arithmeticam proportionem, id eſt, cum exceſſu æquali, in partes 250. Atque hæ multiplicem nobis uſum ſuppeditabunt. Et primò quidem earum auxilio dividere licebit propoſitã quamque lineam in partes quotlibet, ſic procedendo.

Primus caſus.

Quando propoſita linea magnitudine mediocris eſt, ſic ut non excedat aperturam inſtrumenti, circino capiatur integra ejus quantitas, hocque ſpatium applicetur transversè, dilatato inſtrumento, ad quem libuerit numerum arithmeticarum linearum; ita tamen, ut in ijsdem extet alius minor numerus, ab illo maiore toties comprehenſus, quot ſunt partes, in quas propoſita linea ſecanda eſt. Relicto in hac apertura inſtrumento, capiatur transverſum ſpatium, inter puncta minoris illius numeri: quod ſpatium absque dubio lineam propoſitam ſecabit in partes petitas. Iubeamur, verbi cauſâ, datam lineam in quinque partes æquales dividere. Sumantur itaque duo numeri, ex quibus maior ſit quincuplus ad alterum, ut ſunt 100 & 20. apertoque inſtrumento, longitudo lineæ circino ſumpta, transversè inter puncta 100, 100 interponatur: eodémque ſic immoto, capiatur transverſè itidem diſtantia inter puncta 20. 20 atque hæc præcisè quinta pars erit ex propoſita linea. Quo pacto cunctæ aliæ linearum diviſiones inſtitui poſſunt. Ubi advertendum, eſſe numeros maiores eligendos, qui tamen non excedant 250 Sic enim operatio & exactior erit, & facilior.



Alius modus.

Id ipſum conſequemur etiam ita procedendo Sit, exempli causâ, linea A B in partes undecim æquales dividenda. Eligantur itaque duo numeri, proportionem inter ſe undecuplam habentes, ut ſunt, 110. & 10, ſumptaque circino tota linea A B accomodetur transversè ad puncta 110. 110. Deinde quia in hiſce lineis diſtantia punctorum 10. 10. capi nequit, cùm propter centri viciniam puncta ibi nulla extent: hujus loco ſumatur intervallum punctorum 100.100 compreſſo nonnihil circino: cujus uno crure in B. fixo, crus alterum notet punctum C: unde remanens linea A C pars erit undecima totius A B: ſimiliterque uno circini crure in A collocato versùs alteram extremitatem lineæ notetur punctum E. Unde EB relinquitur æqualis ipſi C A. Pòſt iterum nonnihil compreſſo circino capiatur intervallum transverſum punctorum 90. 90 idémque tranſportetur ex B. in D. & ex A in F: habebunturque rurſum duæ lineæ C D. F E quæ & ipſę ſunt partes undecimæ, totius lineæ.

Eademque ratione transferendo ex hac & illa parte diſtantias inter puncta 80. 80. 70.70 &c. ſumptas, reperientur & reliquæ diviſiones: quemadmodum è ſubjecta linea patet.



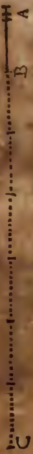
Secundus Caſus.

Quod ſi verò minima quædam linea in multas partes dividenda nobis proponeretur, qualis eſſet, exempli cauſà, ſequens linea A B, in partes tredecim ſecanda, procedendum eſt hoc altero modo. Prolongetur occultè linea A B. usque in C: in hac obſcura linea ſumantur aliæ partes, quotquot placuerint, æquales ipſi A B. & ſint in præſenti exemplo ſex ita ut A C. ſit ſeptupla ad AB. Manifeſtum eſt, quòd tota linea A C. complectatur 91 partes tales, qualium A B. 13. continet Nam 13 ſepties ſumpta, conſtituunt 91. Unde ſumptam circino totam lineam AC. transversè colloca inter puncta 91. 91. atque ſic immoto inſtrumento, nonnihil comprime circinum, ut ad unitate minorem numerum, hoc eſt, inter 90. 90. accommodetur: quod intervallum ex puncto C. versùs A. tranſporta. Sic enim versùs A abſcindetur nonageſima prima totius C A. pars: quæ eſt pars decimatertia propoſitæ lineæ B A. Atque hoc pacto circinus ad puncta 89. 88.87. &c. conſtringi, & iſta intervalla ex termino C. versùs A tranſportari poſſunt. Sic enim et

reliquas

reliquas propoſitæ lineæ AB. particulas invenire licebit.

Vbi tamen obſeruetur, ſi prolongatam lineam A C. quantumvis major inſtrumenti apertura, inter puncta 91. 91. non admitteret, quòd illa ſit applicanda ad huius numeri 91. duplum, hoc eſt, inter 182. 182. verùm neceſſe tum erit comprimi circinum ad numerum binario minorem, hoc eſt, inter 180. 180. collocari. Quod ſi etiam triplum eorūdem 91. ſumere placet, iſta ipſa compreſſio ad numerum ternario minorem fieri debet: atque ſic conſequenter.



Tertius Caſus. Cæterum ſi dividenda linea tantæ magnitudinis eſſet, ut aperturam inſtrumenti maximam excederet, poterimus nihilominus ex ea petitam partem, exempli causâ, ſeptimam, abſcindere. Primùm itaque duo numeri eligantur, quorum unus ad alterum ſit ſeptuplus: quales ſunt 140 & 20. Aperiatur inſtrumentum pro libitu, capiaturque circino tranſverſa diſtantia punctorum 140. 140. ac videatur, quoties hæc in maiore propoſita linea contineatur: ac quoties continetur, toties tranſverſum intervallum punctorum 20. 20. replicetur in eadem linea maiore, ſi quidem intervallum punctorum 140. 140. datam lineam exactè metiatur. Quod ſi verò non præcisè in ea contineatur, ex reſiduo capienda eſt pars ſeptima, juxta modum ſuprà declaratum, eademque adjungenda ad illud intervallum, quod in data linea maiore ex repetita intervalli 20. 20. revolutione naſcitur, habebiturque ſeptima pars exactè, prout petitum erat.

Ex linea propoſita quaſcunque petitas partes abſcindere.

PROBLEMA II.

Tantò utilior ac neceſſaria magis eſt hæc operatio, quantò difficilius foret, abſque huius inſtrumenti opera tales diviſiones perficere, quas tamen per inſtrumentum dicto citiùs exequemur. Quando igitur ex propoſita linea quotcunque petitæ partes abſcindendæ ſunt, exempli causâ, ſi ex linea 197. partium, partes 113. abſcindere jubeamur; accepta circino datæ lineæ longitudo, transverſè inter inſtrumenti aperti puncta 197. 197. interjiciatur: & immoto ſic inſtrumento

per eundem circinum capiatur intervallum punctorum 113. 113. Actum ea erit præcisè datæ lineæ portio, quæ $\frac{113}{197}$ fractioni reſpondet.

$\frac{113}{197}$



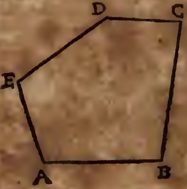
Proba huius operationis talis eſt. Subtrahe minorẽ numerũ ex maiore, h.e. 113. ex 197. reſiduũ eſt 84. Quare ſumatur diſtantia punctorum 84. 84. in inſtrumento priorem ſitum tenente, quæ ſi fuerit æqualis reſiduo lineæ, benè ſumus operati.

Jiſdem arithmeticis lineis uti loco duarum, imò infinitarum ſcalarum ad figuram datam in maiorem aliam vel minorem pro arbitrio noſtro commutandam.

PROBLEMA III.

Manifeſtum eſt, quòd, quotieſcunque figuram aliquam quacunque proportione in maiorem vel minorem aliam commutare oportet, neceſſum habeamus, parare duas ſcalas exactè diviſas: quarum una inſerviat figuræ datæ metiendæ: altera notandis lineis figuræ novæ deſcribendæ, quæ certa proportione reſpondeant homologis datæ figuræ lineis. Huiusmodi ergò duas ſcalas ex, de quibus nunc ſermo nobis eſt, arithmeticæ lineæ ſuppeditant: quarum una, eſt linea iam in ipſo inſtrumento directé diviſa, & ex inſtrumenti centro principium capiens: quæ quidem ſcala ſtabilis eſt, inſerviens metiendis lateribus propoſitæ figuræ: altera verò, ad novam deſcribendam figuram comparata, mobilis eſſe debet, hoc eſt, talis, quæ ad arbitrium noſtrum augeri minuive queat, prout novam figuram vel maiorem alterâ, vel minorem conſtituere placet. Atque hæc ſcala mutabilis ſive mobilis, illa eſt, quam in jiſdem lineis habemus tranſverſè, noſtrum inſtrumentum vel conſtringendo, vel dilatando. Procedendi modus exemplo pateſcet. Sit Propoſita figura A B CDE, cui ſimilis alia deſcribenda ſit ſuper linea F G. quæ linea ſit homologa ſive reſpondens lineæ A B. Manifeſtum hic eſt, opus eſſe duabus ſcalis, per quarum unam metiamur lineas figuræ datæ A B C D E, & per alteram lineas figuræ deſcribendæ. Atque hæc

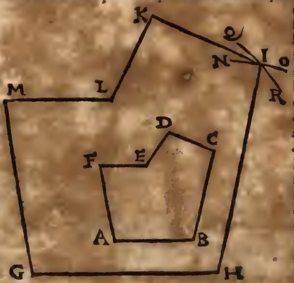
hæc illa maior vel minor eſſe debet ſecundũm proportionem lineæ F G, ad A B. Capiatur itaque circino linea A B. eáque directè applicetur ad ſcalã inſtrũenti rectã, poſito nimirum uno circini crure in inſtrumenti centro: & altero aliquod punctorum attingente, quod ſit, exempli cauſâ 25. poſtea circino ſumatur linea F G, & alterutrum crus imponatur puncto 25. aperiaturque inſtrumentum, usque dum crus alterum, transverſé correſpondens punctum 25. præcisè attingat. Et in hoc ſitu relinquendum eſt inſtrumentum, omniáque cætera figuræ propoſitæ latera metienda ſunt ſuper ſcalam rectam: & immediatè capiendę diſtantię punctorum ab ijs abſciſſorum, transversè ſibi reſpondentium, quæ ſunt latera figurę deſcribendæ. Sit, verbi cauſâ, in exemplo ſuperiore quęrenda longitudo lineæ G H, quæ reſpondeat lineæ B C. Cape circino diſtantiam B C. eamque inſtrumento directè, hoc eſt, ſic applica, ut crus unum centro inſiſtat, alterum verò in immobili ſcala punctum aliquod abſcindat, quod hîc eſto 30. Sumas iam intervallum transverſum 30.30. & habebis lineam G H. quæ eſt homologa lineæ B C. id eſt, eandem ad hanc, quam F G,





ad A B. proportionem obtinet. Eodem pacto cætera latera quæruntur, lineis figuræ deſcriptæ ſumptis in ſcala recta ſeu immobili deſcribendæ, in transverſa ſive mobili. Animadvertendum prætere:a, quando figura quædam exigua in ſimilem aliam longè maiorem, & cuius latera ſingula ad illius plusquam duplic a eſſent, commutanda proponitur, quòd ſcalarum iſtarum uſus invertendus, hoc eſt, ſcala recta ad figuram deſcribendam: transverſa verò ad iam deſcriptam uſurpanda ſit. Iubeamur, verbi cauſà, figuram A B C D E F, commutare in aliam longè maiorem, quippe deſcribendam ſuper linea G H homologa lineæ A B. Ut ergo ſcalas primùm ad uſum præparemus, capiatur circino linea GH. videatúrque, quot puncta ſcalæ rectæ contineat: contineat autem hic, 40. Porrò ſumatur eius homologa A B. ac interjiciatur transversè punctis 40. 40 nec amplius moveatur inſtrumentum. Deinde ut reperiatur lineæ H I homologa ſive reſpondens lineæ B C. ſumatur circino B C inveſtigeturque, quibus punctis in ſcala transverſa poſſit applicari: repertoque, quòd, ex mpli cauſà, congruat punctis 46.46. ſtatim in ſcala recta capiatur ſpatium 46 pūctorum habebiturq H I. homologa linea ipſi BC.

Cæterum tam pro hac, quàm antecedente operatione notandum



eſt, quòd non ſufficiat reperiſſe homologam H I, ſed oporteat etiam punctum illud invenire, ad quod illa ex H, educta conſtituat angulum H. æqualem angulo B. id quod hoc modo fit. Circini ad lineæ H I. modò repertæ amplitudinem dilatati crus unum puncto H inſiſtat: alterum occultam arcus portionem O I N. deſcribat.

Deinde

Deinde ſumatur intervallum punctorum A & C. videaturque, quot punctorum illud ſit in ſcala transverſa: ſit autem, verbi gratiâ, 67. quare circino capiantur 67. in ſcala recta, & uno eius crure in G fixo, crus alterum deſcribat arcum R I Q qui priorem arcum O I N. ſecet in I. ex quo interſectionis puncto ad H. ducta linea H I. homologa erit lineæ B C. & angulum H. faciet æqualem angulo B. Eadem ratione puncta cætera K L M. reperientur, angulis D E F. reſpondentia.

Aureæ Regulæ vulgo Detri dictæ quæſtiones per eaſdem arithmeticas inſtrumenti lineas expedire.

Problema IIII.

Inſerviunt hæ lineæ non tantùm ad reſolvenda diverſa problemata linealia: verùm etiam ad regulas quaſdam arithmeticas, & in his illam, quam vocant auream, qua tribus propoſitis numeris quartus proportionalis invenitur. Exemplo res clareſcet. Quæritur, ſi 80. dant 120. quid dabunt 100 Habemus hic tres numeros, hoc ordine poſitos. 80. 120. 100. & ut ꝓportionalé quartũ repiamus, capiatur directè ſive in ſcala recta ſecundus numerus ex datis, hoc eſt 120. & applicetur transversè ad numerum primum, hoc eſt, ad 80 80. Deinde immoto ſic inſtrumento, ſumatur transversè tertius numerus, qui eſt 100. hocque transverſum ſpatium in ſcala recta menſuretur: & reperiemus 150. qui eſt quartus numerus proportionalis ad quærendum propoſitus. Jdem proveniret, ſi loco ſecundi numeri ſumeretur tertius & loco tertij, ſecundus: hoc eſt, numerus ſecundus 120. directè ſumptus, & applicatus transversè ad numerum primum 80 deinde tertius numerus 100 transversè captus, & in ſcala recta menſuratus, eundem planè nobis exhibebit numerum, quem exhibuit antea tertius directè ſumptus, ac transversè applicatus ad primum: capiédo deinde ſecundũ transversè, eumque in ſcala recta metiendo: ſiquidem utrobique reperiemus 150. . id quod eò diligentius eſt animadvertendum, quod pro re nata modò hæc, modò illa operandi ratio commodior eſt.

Cautela 1. Occurrunt in expediendis Inſtrumento quæſtionibus huius regulæ, nonnulli caſus, qui difficultatem aliquam incautis objicere queant; Jtaque quomodo in jis procedendum ſit, oſtendemus

 ſtendemus

ſtendemus. Et primò quidem fieri queat, ut ex tribus datis numeris neque ſecundum, neque tertium directè ſumptum, ad primum numerum transverſè liceat applicare. Ut ſi dicatur: 25. dant 60. quid dabunt 75? ubi tam 60. quam 75 eſt plusquam duplus ad primum 25. ita ut neuter acceptus directè, poſſit applicari transverſè ad 25. Quare ut nos expediamus, accipiendus eſt vel primus, vel ſecundus numerus directè, ac applicandus transverſè ad duplum primi, hoc eſt, ad 50 (quod ſi duplum non ſufficiat, accommodetur ad triplum, ad quadruplum, &c.) Deinde altero transverſè ſumpto, dicemus, quidquid hoc transverſum ſpatium directè ſumptum oſtenderit, eſſe medietatem, (vel etiam tertiam, aut quartam partem, prout antea primus numerus vel triplicatus vel quadruplicatus eſt) eius numeri, qui quærendus proponebatur. Sic in exemplo propoſito 60. ſumantur directè. & applicentur transverſè ad duplum 25. hoc eſt, ad 50. ſtatimque transverſè item capiantur 75. quod ſpatium directè ſumptum, nobis dabit 90. cuius duplum 180. eſt quartus numerus ad quærendum propoſitus.

Cautela 2. Accidere præterea poſſet, ut ſecundus vel tertius numerus propoſitus non poſſet applicari ad primũ, quippe nimis magnũ, ſic ut excedat maximum numerum in Arithmetica linea ſignatum, hoc eſt, 250. Ut ſi diceretur 280. dant mihi 130. quid dabunt 195.? In hoc igitur caſu ſecundus 130. directè captus accommodetur transverſè ad medietatem primi 280, hoc eſt ad 140 Poſtea transverſè capiatur medietas tertij numeri 195. hoc eſt $97\frac{1}{2}$ hoc ſpatium directè applicatum, exhibebit nobis $90\frac{1}{2}$ numerum quartum, ad quærendum propoſitum.

Cautela 3. Eſt & alia hîc obſervanda cautio, cùm ſecundus aut tertius ex propoſitis numerus ſatis magnus, vel qui autẽ duo minores fuerint. Ut ſi diceretur: 60. dant 390. quid dabunt 45? Hîc ergo 45. directè ſumpta transverſè ſunt applicanda ad 60: & quia ſecundus 390. integer capi nequit, capiatur per partes quantæcunque placuerint: verbi causâ, ſumãtur primò 90. transverſè, quæ in ſcala recta dant $67\frac{1}{2}$ ſeparatim notanda: deinde capiantur item transverſè 100. quod ſpatium in ſcala recta dat 75. Et quia in 390 centenarij tres continentur, ideoque modò reperta 75 triplicentur: facto 225. addantur $67\frac{1}{2}$ antea per nonagenarium reperta: ſumma $292\frac{1}{2}$ eſt quartus numerus proportionalis ad quærendum propoſitus.

Cautela

Cautela 4. Tandem non omittã exponere, quomodo in minimis quoque numeris procedendũ ſit, quamvis in [illegible] propter viciniam centri & clavi illius teretis, quo inſtrumenti crura coeunt, priora puncta undecim circiter, notari non potuerunt. In hoc itaque [illegible] punctorum denariis uſurpabimus unitatum vice, Exemplum [illegible], [illegible] quod ſlabimus 12? Hic [illegible] directè [illegible] transverſè ad [illegible] applicari ſi [illegible] 7 denarios [illegible] hoc eſt, [illegible] directè ac transverſè applicab [illegible] denarios, hoc eſt, ad 100. ſubitóque 13 denarios, hoc eſt, 130. transverſè ſumendo, [illegible] hoc intervallum directè, illudque [illegible] demus eſſe punctorum 91. quæ ſunt 9 [illegible] [illegible] valet.

Hæ [illegible] omnes [illegible] exercitatione ſibi familiares [illegible], facilè ſe poterit ex omni difficultate cuiuscunque propoſitæ quæſtionis exſolvere.

Regulæ proportionum converſæ quæſtiones inſtrumento ſolvere

Problema V.

Non eſt diſſimilis ratio expediundi regulæ proportionum everſæ quæſtiones per inſtrumentum [illegible]. En exemplum. Commeatus, qui militibus 100. per 60 dies ſufficeret, quot milites aleret diebus 75? Diſpoſiti hi ad regulam numeri, ſic ſtabunt: 60. 100. 75. Ex his ergo primum numerum 60. directè ſumtum, applica transverſè ad tertium numerum 75 & immoto ſic [illegible], accipe transverſè ſecundum [illegible] directè [illegible] quæſitus. Ubi [illegible] eundem [illegible] ſecundum [illegible] applicando [illegible] deinde primum transverſè [illegible] lo. [illegible] omnes cautelas, in [illegible] diligenter obſervari debere.

Monetas transmutare.

Problema VI.

Iiſdem [illegible] arithmeticis [illegible] in ſe invi-

 cem

cem promptè facilèque commutare poſſumus. Quod conſequemur, inſtrumentum primò ſic accommodantes, ut directè ſumatur monetæ transmutandæ pretium: idemque transversè applicetur ad pretium illius monetæ, in quam fieri debet comutatio. Res exemplo dilucidabitur. Aurei ſcutati ſint ad ducatos Venetos redigendi. Et quia pretium ſive valor aurei ſcutati eſt 8. librarum, ducati verò valor librarum 6. ſolidorum 4. atque adeo libræ ducatum non præciſè metiuntur, ſed 4. aſſes ſuper ſunt, oportet utramque monetam reſolvere, et ad eandem pretij denominationem, hoc eſt, ad ſolidos reducere. Valet autem ſcutatus ſolidis 160. ducatus ſolidis 124. Inſtrumentum igitur accommodaturus ad abſolvendam commutationem ſcutatorum aureorum in ducatos, ſumatur directè valor ſcutati, hoc eſt, 160. & applicetur transversè ad valorem ducati, hoc eſt, inter 124. 124. Quo in ſitu relinquatur inſtrumentum. Sic enim quamcunque propoſitam ſcutatorum ſummam in ducatos facilè convertes, dictam ſummam transversè ſumendo, eandémque directè metiendo. Exempli causâ, ſcire deſidero, 186. ſcutati, ducatos quot faciant? Cape 186. transversè, hócque intervallum directè ſumptum, ducatos exhibebit 240. dictis ſcutatis æquivalentes.

Anatociſmi, ſive Regulæ de fœnoris fœnore quæſtiones expedire.

PROBLEMA VII.

Expeditè [illegible] huius regulæ quæſtiones earundem arithmeticarum linearum operâ ſolvemus: idque duobus diverſis operandi modis, qui ſequentibus duobus exemplis pateſcent. Si quis 140 ſcutatos per quinquennium accipiat mutuò, lege anatociſmi, qua prioris anni ſors & lucrum fiunt [illegible] ſique in 100 ſcutatos addat [illegible] nomine ſcutatos 6. annis ſingulis: quæritur, quantum ad finem quinquennij ſit debiturus? Ut ergo nos expediamus, ſumatur primùm ſors prima, hoc eſt, 140. ſcutati, in ſcala recta: atque hoc ſpatium transversè collocetur inter 100. 100. et immoto ſic inſtrumento capiatur transverſa item diſtantia punctorum 106. 106. (quæ eſt ſors 100. ſcutatorum cum annua uſura 6.) eadémque ampliato nonnihil inſtrumento interjiciatur etiam transversè inter 100. 100. Deinde relicto in hoc ſitu inſtrumento, et aliquantò

quantò magis expanſo circino, ſumatur iterum transverſa diſtantia punctorum 106.106. eademque dilatato magis inſtrumento, rurſum collocetur inter 100. 100. atque ſic conſequenter ſecunda operatio; transverſum ſpatium 106.106. applicandi ad 100.100. toties repetatur, quot annorum eſt anatociſmus ut in hoc exemplo quinquies: ubi peracta quinta operatione, ſpatium transverſum, poſtremò ſumptum, in ſcala recta nobis exhibebit 187 $\frac{1}{3}$ ſcutatos, debitum integrum, conſtans ſorte & fœnore, fœnoriſque fœnore, ad finem quinquennij ex pacto perſolvendum. Ubi notetur, idem provenire, ſi loco numerorum 100. & 106. commodioris ac certioris operationis causâ ſumas eorum duplum 200. & 212. Quod & in aliis exemplis facere, non tardò profuerit.

Modus alter non, ut prior, inſtrumenti crebriore apertura eget: ſed unicâ perficitur: eſtque talis. Supra propoſitam quæſtionem ſoluturus, & inſtrumentum rectè accommodaturus, cape primùm circino 100. cum primi anni uſura 6. hoc eſt, 106. in ſcala recta. quod ipſum ſpatium tranſverſè colloca inter 100.100. qui ſitus non mutetur uſque ad operationis finem. Accipe poſtea ſortem integram 140. transverſè: quæ in ſcala recta dat 148. $\frac{2}{5}$ ſortem cum uſura primi anni. Porrò pro ſecundo anno, capias tranſverſè 148. $\frac{2}{5}$ ſtatimque hoc ſpatiū in ſcala recta metiaris, ac invenies 157 $\frac{1}{3}$ ſecundi anni ſorté ac uſuram. Hunc ipſum numerū 157 $\frac{1}{3}$ ſumas transversè: repertumque intervallum in ſcala recta exhibebit 166. $\frac{3}{4}$ ſortem ac uſuram anni tertij. Rurſus hæc 166 $\frac{3}{4}$ transverſè ſumpta dabunt in ſcala recta 187 $\frac{1}{3}$ pro anno quarto. Atque hoc pacto repetita hujus operatione, plurium annorum anatociſmi quantitatem cognoſcere licet.

Notandum, ſi prima ſors propoſita tanta eſſet, ut excederet noſtrarum arithmeticarum linearum numerum 250. quod operandum ſit per partes, accipiendo medietatem, tertiam, quartam, quintam, aut aliam propoſitæ ſummæ partem: & in operationis fine repertum numerum duplicando, triplicando, quadruplicando, vel alia ratione multiplicando, per eam numerum, quo ſors initio diviſa fuit. Sic enim in quæſiti cognitionem veniemus.

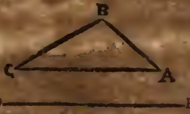
DE LINEIS INSTRUMENTI Geometricis, & earum uſu.

Propoſitam figuram Planam in quacunque data proportione augere vel minuere.

PROBLEMA VIII.

Modò declaratis lineis Arithmeticis Geometricæ ſuccedunt; quas ita libuit appellare, quia ſecundùm Geometricam proportionem diviſæ ſunt. Atque hæ multiplicem nobis utilitatem ſuppeditant. Poſſumus enim earum ope Planum reperire datur, quod ad aliud propoſitum planum datam proportionem habeat.

Proponatur, exempli gratiâ, triangulum ABC. cui ſimile aliud fiat, in ſeſquialtera ad illud proportione. Sumantur duo numeri datam inter ſe proportionem habentes, quales ſunt 12. & 8. ac circino accepta linea A C. tranſversè collocetur inter Geometricæ lineæ puncta 8. 8. atque ſic immotâ inſtrumenti aperturâ, capiatur intervallum punctorum 12. 12. quod exhibet lineam D E. lineæ A C. homologam, ſuper qua triangulum ſimile deſcriptum, erit abſque dubio in ſeſquialtera ad datum triangulum proportione.



Quod ipſum de omnibus aliis figurarum generibus intelligatur. Ac in circulis quidem adhibentur diametri vel ſemidiametri eo modo, quo latera rectilinearum figurarum.

Duæ figuræ planæ, quam inter ſe proportionem habeant, [illegible].

PROBLEMA IX.

S[illegible] ex[illegible], quadrata duo, vel quæ[illegible] al[illegible] d[illegible] figuræ ſimil[illegible] la[illegible] ha[illegible] A, & B. [illegible] ad ſe mu[illegible] proportionem cogni[illegible], a[illegible] eam B. eamque quibus [illegible] e[illegible] punctis Geom[illegible] linearum accommoda transverſe, verbi ca[illegible] inter 2[illegible] in [illegible] to inſtru[illegible], ſume it[illegible] circino [illegible] A. & [illegible] h[illegible] transversè [illegible] au-te[illegible] inte[illegible], [illegible] datas eam inter ſe pro[illegible] rtio-nem habere, q[illegible] 20. ad [illegible] duplam.

A

B

Quod ſi magnitudo lineæ A. [illegible] ſecundi[illegible] accepta non præcisè caderet ad aliquod punctorum, operatione renovata lineam B. applicare oportet ad alia puncta, quàm ad 20.20. ac tantiſper experiri, donec & altera linea A. exactè puncto cuid[illegible] certo poſſit accommodari. Quo peracto, propoſitarum duarum figurarum inter ſe proportionem ſciemus: quippe quæ ſemper eadem eſt cum illa, quam obtinent numeri punctorum, qui[illegible] lineæ in eadem aper[illegible] inſtrumenti accommodantur.

Q[illegible] figuræ al[illegible] ſpecifica[illegible]atur, [illegible] alterius quoque cognoſcetur eodem modo. Ut ſi figura lineæ B. aream habeat 30. decemped[illegible] qu[illegible] area A. [illegible] B. transversè accommoda punctis 30. 30. [illegible] ea, quibus [illegible] svers[illegible] punctis congruat linea A. ac totidem [illegible] figuram ſuper A. deſcriptam.

Figuram planam conſtituere, multis alijs ſimilibus propoſitis figuris & ſi[illegible] [illegible]dem

ponantur, exempli [illegible] tiâ, duo inæquales circuli, maioris ſemidiameter ſit A. minor B. Reperturus ſemidiametrum circuli, qui [illegible] differentiæ datorum circulorum A. & B. accipe circino [illegible] lineam A. eámque aperto inſtrumento ſtatue, inter quæ libuerit [illegible] Geometricarum linearum, verbi causâ, inter 20. 20. immoto [illegible] instrumento, experire, quibus punctis transversè con[illegible] linea B. [illegible] eam adaptari punctis [illegible] quæ ſubtrah[illegible] [illegible] ſumm[illegible] 20. reſtant 12, ſumpto itaque [illegible] punctorum [illegible] 12. habebis lineam C. quo radio ſive ſemidiametro deſcriptus circulus æquatur differentiæ datorum circulorum A. & B.

A 20.

B 8.

C 12

Earundem linearum operâ radicem quadratam extrahere.

PROBLEMA XII.

[illegible] di[illegible] is extrahendæ tres [illegible] cta modi hoc loco tradendi veniunt [illegible] primus numeros [illegible] res, alter [illegible], tertius exiguos attingit. Mediocres illos dico, qui à 5000 non longè recedunt. maiores, qui [illegible]. Minimos, qui infra, vel non multum ſupra 100. conſiſtunt.

1. Ac in[illegible] quidem in [illegible] endis mediocrium numerorum radicibus, inſtrumentum acc[illegible] recta lineæ Arithmeticæ ſumptum circino ſpatium [illegible] transverſè inter 16. 16. lineæ Geometricæ. Qu[illegible] inſtrum[illegible] finem operationis maneat idem. Deinde ex [illegible] ultimæ duæ ad de[illegible] notæ, hoc eſt [illegible], qui remanent, in lineis Geometricis [illegible] transverſè [illegible] intervallum ad ſcalam rectam linearum arithmeticarum translatum, exhibe-

 bit

b[illegible] poſiti quadrati numeri. Iubemur, exempli causâ, radicem [illegible] huius numeri 46[illegible]0. cuius ultimis duabus figuris, hoc [illegible] ſunt 46. H[illegible] 46. transverse capiantur in Geometri[illegible] ([illegible] ut ſuprà dictum, accommodato) [illegible] recta linearum arithmeticarum continet [illegible] radix, ad quærendum propoſita.

[illegible] hac [illegible] notanda veniunt.

Primò [illegible], excederet 50 [illegible] Ubi eſſet [illegible] quadrati 4192. inſtituend[illegible] quoniam numerus abjiciendus 92. maior eſt, quam 50 [illegible] co reſidui 41 ſumenda ſunt 42. & ex his porrò radix, ut modò traditum, extrahenda.

Altera obſervatio hæc eſt: quando numerus poſt ablationem poſteriorum duarum figurarum reſiduus, excederet 50. in tali caſu, quia diviſio Geometricarum linearum ultra 50. ſeſe non extendit, de reſiduo iſto numero ſumenda eſt [illegible] alia quædam pars, eaque diſtantia capta, Geometricè duplicanda, vel ſecundum numerum dictæ partis multiplicanda eſt: atque [illegible] ultimum intervallum [illegible] multiplicatum ſi directè metiamur ſuper lineis arithmeticis, quæſitam radicem exhibebit. Si, gratiâ exempli [illegible] quadrat[illegible] 8412, quærere jubeamur, accommodato, ut ſuprà [illegible] eſt, inſtrumento, ultimæ duæ numeri dati notæ abjiciantur: reſiduus 84. non extat in Geometricis lineis: proinde medietatem eius accipe, hoc eſt, 42. Quod ſi iam in Geometricis lineis transverſum intervallum punctorum 42. 42. ſumpſeris, illud Geometricè multiplicandum eſt; [illegible] Inſtrumenti [illegible] magis divaricand[illegible], uſque dum h[illegible] ip[illegible] intervallum cadat [illegible] numer[illegible]m, cuius duplum in [illegible] Geometricis lineis [illegible] gratia, inter 20. 20. a[illegible] poſt intervallum punctorum 40. 40. quod, ſi directè metiaris in arithmeticis lineis, monſtrabit [illegible] & d[illegible] tertias circitèr proximam dati numeri 8412. radicem. Et ſi fuiſſet opus, propoſiti numeri t[illegible] accipere, in Geomet[illegible] triplicatione oporteret [illegible] transverſè ad aliquem in Geometricis lineis nume[illegible], cuius [illegible] extaret, [illegible] & ſumenda poſtea 30. vel [illegible]

[illegible] ratio non eſt admo[illegible] ultimæ tres dati numeri [illegible] nullo alio accommodatus.

modatur. Fit autem hæc accommodatio ſic. In arithmeticis lineis accipiantur 100. directè: eademque in Geometricis lineis transversè ſtatuantur inter 10. 10. Hic inſtrumenti ſitus ad finem operationis non mutetur. Quæſiturus jam radicem quadratam ex 32140. removeto tres figuras poſteriores: reſiduum 32. in Geometricis lineis accipito transversè. quod intervallum ſi metiaris directè in lineis arithmeticis, exhibebit 179. proximàm radicem propoſiti quadrati 32140 Ubi ſimul animadvertendum, obſervationes duas in operatione præcedenti allatas, etiam in hac locum habere: hoc eſt, quando tres abjectæ figuræ poſteriores excedunt 500. ad reſiduum unitas eſt adjicienda. Et ſi reſiduum excedit 50. accipienda eſt eius pars aliqua, ut dimidia, vel tertia, &c: ac id, quod per hanc partem invenitur, poſtea duplicandum, vel triplicandum ratione ſuperiùs oſtenſa.

5. Tandem pro numeris minoribus accommcdatur Inſtrumentum juxta modum primum, hoc eſt, 40. puncta ſcalæ rectæ, transversè ſtatuendo inter 16. 16. in lineis Geometricis. Deinde numerus integer, prout eſt propoſitus, nullâ remotâ figurâ, transversè accipitur in Geometricis lineis: & hoc intervallum ſi directè metiaris in arithmeticis lineis, invenies dati numeri radicé quadratam in integro numero & fractione. Veruntamen adverte, quòd arithmeticarum linearum denarii ſint inſtar unitatum. Exempli causâ, quæſiturus radicem è ſurdo 30. accommodet inſtrumentum, ut dictum eſt, videlicet, 40. puncta ſcalæ rectæ ſtatuendo inter 16. 16 Geometricarum linearum: deinde ex iiſdem Geometricis lineis, accipiendo transverſum intervallum punctorum 30. 30. idemque directè in arithmeticis lineis metiendo. Sic enim reperies abſcindi puncta 55. quæ ſunt 5. integra, & 5. decimæ, hoc eſt, $5\frac{1}{2}$ quanta ſcilicet eſt propinqua radix è ſurdo numero 30. Sunt autem & in hac regula cantelæ illæ tenendæ, quas in ſuperioribus duabus advertendas diximus.

Laterum inæqualium aciem inſtruere.

Problema XIII.

Acies quadrati ſpeciem gerens conſtituitur extracta radice quadrata

drata ex propoſito militum numero, ut eſt è ſuperiori problemate manifeſtum. Quod ſi verò aciem oblongam ſive inæqualium laterum in data proportione ſibi reſpondentium inſtruere placeret, adhibendus eſt is operandi modus, qui pateſcet exemplo ſequenti.

Sunto milites 4335. ex quibus formare jubemur aciem, quæ magis in latum ſeſe, quàm in longum porrigat, ita ut, quoties in fronte ſunt milites 5, in latere ſint 3. Quare, ut operâ inſtrumenti nos expediamus, initiò datæ rationis terminos 5. & 3. quippe propter parvitatem inſtrumento non applicabiles, additâ cyphrâ augebimus, ut ſint 50. & 30. Deinde pro invenienda latitudine ſeu fronte, in arithmetica linea directè circino capiantur 50. eaque in Geometricis lineis accommodentur transversè ad eum numerum, qui producitur ex multiplicatione terminorum datæ rationis, hoc eſt, in exemplo propoſito, ad 15. (nam ter 5. ſunt 15.) Quo in ſitu relinquatur inſtrumentum, in jiſdemque Geometricis lineis accipiatur transverſa diſtantia punctorum 43. 43. (hic enim numerus reſtat, ſi ex propoſito numero militum 4335. duas poſteriores notas, hoc eſt, unitates ac denarios auferamus) hanc diſtantiam in arithmeticis lineis directè ſi metiamur, exhibebit ea nobis aciei frontem, conſtantem miltibus 85. Eadem ratione latus invenietur, accipiendo directè 30. in arithmeticis lineis eaque transversè ſtatuendo in lineis Geometricis inter 15. 15. ex iisdemque ſtatim transversè ſumendo intervallum punctorum 43. 43. quod directè ſi metiaris in arithmeticis lineis, exhibebit 51. qui numerus eſt militum latus conſtituentium. Atque hic modus in quavis alia militum propoſita multitudine, ac data longitudinis ad latitudinem proportione tenendus eſt. Animadvertendum autem id, quod & ſuprà de quadratæ radicis extractione monuimus, quando denarii ac unitates, quas à propoſito numero abſcindendas diximus, excederent 50. quòd ad reſiduum unitas addenda ſit.

Eſt & hoc obſervandum, ſi frons aciei juxta modò traditam regulam inventa fuerit, latus aliâ quadam expeditiore viâ reperiri poſſe, per ſolas arithmeticas lineas, ita procedendo. In exemplo modò adducto aciei frontem reperimus 85. Et quoniam frontis ad latus ea debet eſſe proportio, quæ eſt 5. ad 3. vel 50. ad 30. vel etiam 100. ad 60. (eſt enim perinde) ideoque iſta 85. directè in lineis arithmeticis accepta, in jiſdem transversè ſtatuo inter 100. 100. ſtatimque ibidem capio transverſum ſpatium punctorum 60. 60. quod directè ſi metiamur, inveniemus eundem, quem & ſuperiore modo repérimus, numerum 51.

Hæc

Hæc operandi ratio, quæ per exemplum aciei formandæ declarata fuit, ad illud Algebræ caput eſt referenda, in quo Cenſus æquatur Numero. Vnde omnes quæſtiones iſtius generis Algebraicæ per inſtrumentum quoque noſtrum expoſito modo poſſunt expediri.

Mediam proportionalem invenire.

PROBLEMA XIV.

Earundem linearum ope, inter datas duas aut lineas, aut numeros facili negotio lineam aut numerum medium proportionalem inveniemus. Operandi rationem exemplo diſces. Sint duo numeri, vel duæ lineæ propoſitæ A. 36. & C 16. Captam circino longitudinem lineæ A. tranſverſè ſtatuas inter 36 36. geometricarum, immotóque ſic inſtrumento excipias intervallum 16. 16. earundem linearum geomet. quod erit linea B. inter datas duas media proportionalis: quam ſi metiaris in eadem ſcala, in qua datas duas es menſus, invenies continere 24. qui numerus eſt preciſè medius proportionalis inter datos duos 36. & 16.

A 36.

B. 24.

C. 16.

Obſervetur, ad propoſitarum linearum quantitatem explorandam uti nos poſſe non ſolùm ſcalâ in inſtrumento deſcriptâ ſed quavis etiam aliâ, ſi quando illa minor eſſet, quàm quæ ſufficiat inſtituto noſtro.

Notetur inſuper & hoc, quando lineæ, & illas metiti numeri, inter quos medius proportionalis inveniendus eſt, excederent 50. maximum numerum in geometricis noſtris lineis expreſſum, nihilominu id, quod volumus, nos conſecuturos, operando per partes numerorum propoſitorum, vel per alios minores numeros, eandem tamen cum illis inter ſe proportionem habentes. Sit quærendus medius proportionalis inter 144. & 81. quorum uterque ſuperat 50. Quare utriuſque partem aliquam, verbi gratiâ, tertiam ſumo, quæ eſt 48. & 27. eiuſdem inter ſe proportionis

cum datis 144. & 81. Porrò in arithmeticis lineis directè ſumpta 144. ſtatuo transversè in Geometricis lineis inter 48. 48. quippe tertiam ſuam partem: deinde immoto inſtrumento, in iiſdem Geometricis, accipio ſpatium transverſum 27. 27. atque hoc ipſum directè metior in arithmeticis, ubi abſcindet mihi 108. medium proportionalem, qui quærendus proponebatur.

DE LINEIS STEREOMEtricis.

Datum Corpus in petita proportione augere vel minuere, eâdem ſimilitudine manente.

PROBLEMA XV.

Hæ lineæ, quas eò *Stereometricas* appellare viſum eſt, cùm earum diviſio ſecundùm proportionem ſolidorum facta ſit, uſum nobis inſignem præbent. Et initiò quidem, dato latere cuiuscunque Solidi, reperire licet alterius Solidi latus, ad prius iſtud proportionem datam habentis.

Sit exempli cauſâ linea A. diameter ſphæræ, vel latus cubi, alteriusve Solidi: jubeamurque invenire diametrum vel latus alterius Solidi, quod ad illud habeat proportionem, quæ eſt 5. ad 9. Accepta circino linea A. tranſverſè in Stereometricis lineis ſtatuatur inter 9. 9. imotoque ſic inſtrumento excipiatur ex iiſdem diſtantia punctorum 5. 5. quæ eſt linea B. diameter aut latus homologum alterius petiti Solidi in data proportione minuti.

B. 5.

A. 9.

Propoſitis duobus corporibus ſimilibus, quam inter ſe proportionem habeant, inveſtigare.

PROBLEMA XVI.

Hoc

Hoc problema non multum à ſuperiore differt, nec eſt ſolutu difficile. Proponantur quorumcunque duorum ſimilium corporum homologa latera A. & B. quæraturque, quam inter ſe proportionem iſta corpora obtineant. Extendatur circinus ad quantitatem alterutrius datæ lineæ, ut A. & applicetur tranſverſè ad quæ placuerit puncta linearum Stereometricarum, ut inter 50. 50. & immoto inſtrumenti ſitu experiaris, inter quæ puncta cadat altera quoque linea B. Cadat hîc inter 21. 21. Quare pronunciamus, quòd ſolidum A. ad B habeat proportionem eam, quæ eſt 50. ad 21.

A ————————————————

B ——————————

Solidis ſimilibus quotlibet propoſitis unum aliquod æquale ac ſimile conſtruere.

Problema XVII.

Proponantur tres lineæ, A. B. C. homologa latera trium Solidorum ſimilium: quibus unum aliquod æquale conſtructurus, accipe circino lineam A. & eam ad quod volueris punctum Stereometricarum linearum accommoda tranſverſè, exempli cauſâ inter 30. 30. immoto inſtrumento periclitare, quibus punctis congruat linea B. congruat autem, verbi gratiâ, 12. quæ coniungantur cum priùs inventis 30. aggregatū 42. memoriâ teneatur. Porrò linea C. ibidem circino ſumpta in iiſdem Stereometricis lineis cadat inter 6. 6. qui numerus cum dictis 42. coniunctus, conſtituit 48. Quare ſi ſumatur interuallum 48. 48. habebitur linea D. ſuper qua conſtructum ſolidum ſimile, propoſita tria ſolida A. B. C. in ſe complectetur.

C. 6.
——————

B. 12.
————————

A. 30.
——————————

D. 48.
————————————

Differentia duorum ſimilium corporum eodem reperitur modo, quo ſuprà problem.11.differentia ſimilium planorum. Sint A.& B. ſphærarum axes, aut aliorum ſimilium corporum homologa latera: ex his linea A. circino excepta ſtatuatur in linearum ſtereom: quibus libuerit punctis transversè, ut inter 100. 100. Deinde linea B. circino item ſumpta, inſtrumento non mutato, exploretur, quò poſſit accomodari: poſſit autem inter 60. 60. Iam ſubtrahantur 60. ex 100. reſiduum eſt 40. Quare ſpatium transverſum inter 40 40. erit linea C. cuius Solidum eſt differentia duorum propoſitorum Solidorum ſimilium A. & B.

A. 100.

B. 60.

C. 40.

Radicem cubicam extrahere.

PROBLEMA XVIII.

Diverſos duos modos cubicæ radicis inveſtigandæ hîc exponemus: quorum primus pertinet ad numeros mediocres, alter maximos. Et mediocres quidem illos dico, qui ſubtractis tribus poſterioribus notis, putà centenarijs, denarijs & unitatibus, non excedunt 148. In horum igitur analyſi ſic eſt accommodandum inſtrumentum. E lineis arithmeticis directè accepta 40. in ſtereometricis transversè ſtatuatur inter 64. 64. Hic inſtrumenti ſitus ad finem ſecuturæ operationis ne mutator. Porrò ex propoſito numero ultimæ notæ tres auferantur: ac reſiduum è ſtereometricis lineis accipiatur transversè: quod intervallum ſi metiamur directè in arithmeticis lineis, propoſiti numeri cubicam radicem habebimus. Eſto, gratià exempli, cubus 80216. ex quo, accommodato priùs, ut modò præceptum, inſtrumento, tres poſteriores notæ ſublatæ, relinquunt 80. quæ ſi è ſtereometricis lineis excipias transversè, & in arithmeticis directè metiaris, invenies 43. proximam dati numeri radicem cubicam.

Obſerva, ſi detractis illis poſterioribus tribus notis, reſiduum

excederet 148. qui maximus noſtrarum ſtereometricarum numerus eſt, quòd tum per partes operandum ſit. Ut, proponatur numerus 185840. ex quo abiectæ tres ultimæ figuræ 840 relinquunt 186. (dico 186. etſi reverâ ſint 185. quia è tribus abiectis centenarius 8. eſt plusquam 5. hoc eſt, plusquam dimidius millenarius, quare prò integro millenario ſumitur, pro eoque ad reſiduum 185. unitas adjicitur, ut ſint 186.) quod reſiduum quia ſuperat 148. accipiemus eius medietatem, hoc eſt, 93. transversè è ſtereometricis lineis tradito ſuprà modo diſpoſitis: atque hoc ſpatium ſtereometricè duplicandum eſt, hoc eſt, applicandum transversè ad earundem ſtereometricarum numerum aliquem, cuius duplus alius ibidem extet: atque hoc duplum ſpatium ſi in arithmetica ſcala metiaris, dabit radicem quæſitam. Ut in exemplo noſtro ſpatium transverſum inter puncta 93. 93. modò acceptum, in ſtereometricis lineis transversè ſtatuas inter 40. 40. in iiſdemque ſitum immotum tenentibus, accipias ſpatium inter 80. 80 quod in arithmeticis lineis directè ſi metiaris, abſcindet 57. quæ proxima numeri propoſiti radix eſt.

Alter modus operandi, maximis numeris inſerviens, hanc inſtrumenti diſpoſitionem poſtulat, ut 100. in arithmeticis lineis directè ſumpta, transversè ſtatuantur inter 100. 100. ſtereomet: atque hic ſitus ad finem operationis maneat idem. Deinde ex propoſito numero ſunt abjiciendæ quatuor ultimæ notæ: & numerus, qui reſtat, in ſtereometricis accipiendus transversè, hocque ſpatium in arithmeticis directè metiendum. Proponatur, exempli causâ, numerus 1404988. ex quo radicem cubicam extracturus, initiò ſtatuas inſtrumentum eo, quem dixi, modo: deinde poſteriores quatuor figuras abjicias, & reſtabunt 140. quem numerum è ſtereometricis excipias transversè, & hoc ſpatium in arithmeticis directè abſcindet 112. propoſiti numeri radicem proximam. Memineris autem, ſi numeri poſt abjectionem poſteriorum 4. notarum remanentes excederent 148. maximum in ſtereometricis lineis numerum, quòd per partes operari oporteat: id quod & in ſuperiore regula monuimus.

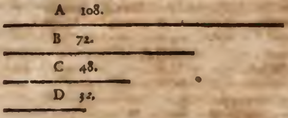
Duas medias proportionales invenire.

PROBLEMA XIX.

Si duo numeri, vel duæ lineæ numeris expreſſæ proponantur, inter

quas aliæ duæ mediæ proportionales inveniendæ forent, id aſſequemur facilimo negotio per ſtereometricas lineas noſtras, ea ratione, quæ patet è ſequenti exemplo.

Sunto duæ lineæ, A. & D. quarum illa ſit 108. hæc 32. partium. Inter quas, medias duas proportionales inventurus, accipe circino lineam A. maiorem, eamque transverſè in ſtereometricis colloca inter 108. 108. & immoto Inſtrũento excipe intervallũ inter 32. 32. quæ erit lõgitudo ſecundę lineæ B. quam ſi metiamur eádem ſcalâ, qua menſi ſumus duas propoſitas, continere deprehendemus 72. Porrò tertiam lineam C. ſic inveniemus. In iiſdem ſtereometricis ſtatue modò repertam lineam B. inter 108. 108. iterumque immoto inſtrumento ſume diſtantiam punctorum 32. 32. Atque hæc eſt magnitudo tertiæ lineæ C. quam in eadem ſcala ſi metiemur, inveniemus eſſe 48. partium.



Neque tamen eſt neceſſe, principiò maiorem lineam A. capere: ſed & à minore D. licet operationis initium facere. Nam utrolibet modo ſcopum eundem attinges.

Datum parallelepipedum in cubum æqualem redigere.

PROBLEMA XX.

Propoſiti parallelepipedi dimenſiones inæquales hæ ſunto: 72. 32. & 84. Quæritur latus cubi huic æqui. Sume medium proportionalem numerum inter 72. & 32. juxta modum ſuprà problemate 14. expoſitum hoc eſt, accipe 72. directè in arithmetica ſcala, & ea ſtatue per transverſum inter 72. 72. geometricarum linearum: vel potiùs, quia non eò uſque

uſque ſe numeri Geometricarum extendunt, inter 36.36. (quæ eſt medietas de 72.) & immoto ſic inſtrumento, ex iiſdem Geometricis itidem transversè ſumatur alter numerus 32. imò, ut rectiùs dicam, eius medietas, hoc eſt, 16 (ſiquidem & primus 72. ad medietatem ſuam 36. accommodabatur.) Repertum hocce ſpatium in arithmetica ſcala recta metire, inveni eſque continere 48. qui eſt numerus medius proportionalis inter datos 72. & 32. Hoc ipſum ſpatium in ſtereometricis per transverſum ſtatuas inter 48. 48. et immoto inſtrumento ex iiſdem ſtereometricis excipias transverſum quoque ſpatium inter 84. 84. quæ tertia propoſiti Solidi dimenſio eſt. Hæc poſtremò reperta linea, (quam in arithmetica ſcala deprehendes eſſe partium 57 $\frac{1}{4}$ circitèr) eſt latus cubi propoſito parallelepipedo æqualis.

DE LINEIS METALLICIS.

Dato corpore metallico, ex alio quovis metallo corpus æquilibre ac ſimile conſtruere.

PROBLEMA XXI.

Habent harum linearum diviſionis puncta chacteres hos adſcriptos: Au. Pl. Ar. Cu. Fe. St. Ma. Sa. qui ſingnificant, Aurum, Plumbum, Argentum, Cuprum, Ferrum, Stannum, Marmor, Saxum In his habentur proportiones ac differentiæ ponderis inter materias ibidem notatas. Unde ad quamlibet aperturam divaricatis Inſtrumenti cruribus, tranſverſa correſpondentiū charactérū intervalla nobis exhibent diametros globorum, aut latera corporum aliorum inter ſe ſimilium & æquipondiorum: hoc eſt, ut explicatius dicam, tantundem eſt pondus aurei globi, cujus diameter æquatur diſtantiæ characterum Au. Au. quantum plumbei, cujus diameter eſt intervallum punctorum Pl. Pl. vel marmorei, cujus diameter punctorum Ma. Ma. ſic ut in momento quaſi cognoſcere poſſimus id, quod alias difficile ſatis eſt, quantæ magnitudinis debeat eſſe corpus, aliquâ è ſuprà dictis materiâ conſtans, ut ſit

æquilibre alij alicui corpori ſimili, conflato ex alia aliqua materiarum dictarum. Hæc operatio, metallorum tranſmutatio dici poteſt. Ut ſi linea A diameter foret globi ſtannei, diametrum aurei globi, æqualis cum iſto ponderis inveſtigaturus, accipe circino lineam A eámque per tranſverſum applica punctis St. St. & immoto inſtrumento excipe ſpatiū punctorum Au Au. quod eſt linea B. diameter aurei globi, qui dato ſtanneo æquilibris eſt.

B

A

Qu d ipſum de aliis omnibus corporum generibus, & aliis materiis in inſtrumento notatis intelligitor.

Cæterum ſi harum Metallicarum, & præcedentium Stereometricarum uſum conjungamus, multò majorē inde commoditatē percipiemus, ut jam jam declarabitur. Ac initiò quidem poterimus

Invenire proportionem, quam interſe quoad pondus obtinent omnia metalla, cæteraque materiæ in lineis Metallicis expreſſæ.

Problema XXII.

Sit, exempli cauſâ, propoſitum, explorare proportionem, quam inter ſe ratione ponderis Argentum & Aurum obtinent. Circino ſume diſtantiā inter Inſtrumenti centrum, & punctum Ar. & hanc ad quod volueris linearum Stereometricarum punctum applica tranſverſè, verbi gratiâ, ad 100. 100. Deinde, ſitu Inſtrumenti nihil mutato, cape diſtantiam inter eiusdē centrum, & punctum Au. & explora, cui numero hæc poſſit accommodari in Stereometricis: congruat, exempli causâ. punctis 60. 60. Quare pronunciamus, aurum & argentum eam ponderis inter ſe proportionem habere, quæ eſt 100. ad 60.

Eſt autem hoc loco diligenter advertendum, quòd in operando, diametri ſumptæ ac lineis ſtereometricis applicatæ, ponderis metallici proportionē ordine converſo monſtrent; hoc eſt, (ut in adducto exem-

ple

plo patuit) Argenti diameter, auri pondus arguit: itemque diameter auri denotat argenti pondus. Vnde cognoſcimus, aurum eſſe ponderoſius argento, pro ratione 40. ad 100. Nam 40. eſt differentia modò repertorum duorum auri & argenti ponderum.

Quibus cognitis, egregium problema quoddam reſolvere poſſumus. Nam ſi proponatur aliquod Solidum, quacunque materiâ in Metallicis lineis notatâ conſtans: & jubeamur aliud conſtruere Solidum, dato priori ſimile, & æquale: verbi causâ, ſi ſtatua marmorea detur, petaturque, ut fabrefiat argentea ſtatua, priori æqualis: quæritur, quot argenti lib. æ requirantur ad hoc perficiendum. Hoc ſciturus, explora pondus datæ ſtatuæ marmoreæ: quod, exempli gratiâ, ſit 25. librarum. Deinde circino ſume diſtantiam inter Inſtrumenti centrum & punctum Ar. quæ eſt materia futuræ ſtatuæ: atque hanc diſtantiam, aperto Inſtrumento ſtatue in lineis ſtereometricis ad puncta ſignata numero ponderis datæ ſtatuæ, hoc eſt, inter 25. 25. Tum hac Inſtrumenti diſpoſitione nihil variatâ, rurſum excipe diſtantiam inter Inſtrumenti centrum & punctum Ma. & explora, quibus ſtereometricarum punctis hæc aptari transversè queat, repertoque, quòd aptetur punctis 96. 96. pronunciabis, argenti libras 96. requiri ad ſtatuam conficiendam, datæ marmoreæ, ratione magnitudinis æqualem.

Datis duobus homologis lateribus duorum ſimilium Solidorum diverſâ materiâ conſtantium, invenire proportionem: quam Solida illa ratione ponderis inter ſe obtinent.

PROBLENA XXIII.

Eſto linea A. cuprei, & B. ferrei globi diameter. Explorare placet, quam ponderis inter ſe proportionẽ habeant. Accipe circino lineã A. eamque aperto Inſtrumento tranſversè in Metallicis lineis ſtatue inter pũcta Cu. Cu. & hac aperturâ nihil mutatâ, ſtatim excipe diſtantiã punctorum Fe. Fe. quæ eſt linea C. quæ ſi æqualis erit lineæ B. dicemus, duo data Solida A. & B. æquipondia eſſe. Sin minùs, quoniam C. eſt diameter globi ferrei æquilibris globo A, manifeſtum eſt, eandem eſſe differentiam

A

B

C

ſerentiam inter duos globos A. & B. quæ eſt inter C.& B. & quia C.& B. ſunt ejuſdẽ materiæ, eorum differentia facilè per Stereometricas lineas invenietur, eo modo, qui ſuprà problem. 16. traditus eſt: nimirum accipiemus circino lineam C. eámque ad quem placet numerum, verbi causâ inter 30.30. ſtatuemus, tranſversè. Hoc facto, periclitabimur, quò cadat linea B. & reperto, quòd aptari poſſit inter 10. 10. dicemus, globũ cupreum A. triplum eſſe ad ferreum B.

Converſa præcedentis operationis eâdem facilitate, uſque linearum earundem conjunctio, poteſt inſtitui. Hoc eſt, dato pondere ſimul ac diametro globi (vel etiam alterius Solidi latere) ex ea materia, quæ in Metallicis lineis exprimitur, conflati: reperire licet magnitudinem alterius ſolidi ſimilis, quod conſtet quacunque materiarum dictarum, & quocunque petito pondere. Ut ſi linea C. diameter eſſet ſphæræ marmoreæ, 7. libras pendẽtis, ac invenire juberemur diametrum plumbeæ ſphæræ, 20. libras pendentis, operatio duplex eſſet inſtituenda. Nam primò tranſmutare oportet marmor in plumbum: deinde pondus eſt augendum ex 7 uſque in 20. Operatio prima perficitur mediantibus lineis Metallicis, accomodando diametrum C. tranſversè ad puncta Ma. Ma. ex immoto deinde Inſtrumento itidem tranſversè ſumendo diſtantiam punctorum Pl. Pl. quæ erit diameter globi plumbei dato marmoreo æquilibris, hoc eſt, 7. quoque libras pendentis. Verùm quia 20. libræ poſtulantur, ad Stereometricas eſt recurrendum, dictâque diſtantiâ tranſverſè punctis 7.7 ibidem accomodatâ, ſtatim intervallum tranſverſum punctorum 20. 20. excipiendum, quod æquatur lineæ D. quæ ſine dubio diameter eſt globi plumbei, vel latus alterius figuræ ſolidæ, 20. librarum.

C. Mar. 7. lib.

D. plu. 20. lib.

Jisdem

Iisdem hiſce lineis uti loco Sphærometricæ regulæ bombardariorum, univerſaliter cuiuſque materiæ globis, & omnibus ponderum generibus accommodatæ.

PROBLEMA XXIV.

Poſitum eſt extra dubium, eſſe diverſa materiarum diverſarum pondera, & ferrum lapide, plumblum ferro plus péndere. Unde conſequi neceſſe eſt, quia modò lapideas, modò ferreas, vel etiã plumbeas pilas eadẽ bombarda ejaculatur, quòd, ſi plumbea iſta pila pendit certas libras, ferrea pauciores, & multò pauciores lapidea pendat: quodque per conſequens diverſa pyrii pulveris quantitas pro diverſo globorum pondere ſit injicienda. Ita ut ſphærometricæ illæ regulæ (calibri vulgò dicuntur) quæ ferrearum pilarum diametros cum pondere notatas habent, nihil inſerviant ad lapidearum vel plumbearum pondus explorandum: ſed neceſſe ſit, menſuras dictarum diametrorum augere vel minuere pro materiæ diverſitate.

Præterea manifeſtum eſt, quòd apud diverſas gentes diverſa numerandorum ponderum ſit ratio: imò quòd non in quavis modò provincia, ſed omni propè civitate, diverſa librarum quantitas in uſu ſit. Unde ſphærometrica iſta regula, quæ huius loci eſt accommodata ponderi, alterius loci pondera non metietur: verùm prout in hoc vel illo loco majores minoréſue libræ ſunt uſitatæ, etiam diviſiones regulæ ſphærometricæ maiora minoráve ut obtineant intervalla, oportet. Ex hiſce concluditur, ſphærometricam regulam, omnis generis materijs, & omnibus ponderum differentijs accommodatam, oportere eſſe mobilem, hoc eſt, talem, quæ augeri minuive poſſit. Hujusmodi regulæ vice funguntur exactè noſtræ ſtereometricæ lineæ. Nam pro earundem apertura diverſa, creſcunt aut minuuntur intervalla, ipſarum diviſionibus interjecta: nihil prorſus immutata earum proportione.

Quibus generatim expoſitis, nunc huius regulæ ſphærometricæ ſpecialem ad omnes ponderum differentias, ac materias diverſas applicationem aggrediemur. Et quoniam in ignoti cognitionem abſque alia aliqua re præcognita venire nemo poteſt: requiritur, ut nota ſit nobis una ſola diameter globi cuiuſdem ex quacunque materia, & quocunque

pondere reſpondente libris illis, quæ ibi loci ſunt uſitatæ, in quo Inſtrumentū uſurpare animus eſt. Atq; huj⁹ unius diametri ope, mediante regula noſtra ſphærometrica, veniemus in cognitioné aliorum globorum, cujus tandem cunque vel ponderis, vel materiæ, modò hæc in lineis noſtris Metallicis notata fuerit.

Operandi rationem exemplo manifeſtam reddemus. Supponamus, eſſe nos, verbi gratiâ, Venetiis, ubi Tormenta bellica, quanti ponderis globos ejaculentur, per inſtrumentum noſtrum exploraturi, prim⁹ parabimus globum aliquem noti ponderis, confectum ex aliqua materia in inſtrumento ſignata. Ponam⁹, exempli causâ, notā eſſe diametrum globi plumbei pendentis decem libras venetas. Hanc diametrum in alterutro inſtrumenti crure deſcribemus, ut eam, cùm uſus eſt, in promptu habeamus. Si quando itaq; ſphærometricam regulam placet accommodare ea ratione, ut orificii bombardæ diametro ſumptâ, & in regulam iſtam translatâ, cognoſcamus, quanti ponderis globus plumbeus ad illam requiratur eſt neceſſe, ut accipiatur circino diameter illa nota globi plumbei 10. librarum, in inſtrumenti crure deſcripta: hæcq; in lineis Stereometricis inter puncta 10. 10. tranſversè ſtatuatur: quæ ſic diſpoſitæ, ſphærometricam nobis regulam exactiſſimam præbent, in quam cuiuſq; bombardæ orificii diameter tranſlata, tranſverſis, quibus ea poterit applicari, punctis oſtendit, quanti ponderis globum plumbeum dicta bombarda recipiat.

Quòd ſi porrò ſic diſponere lubet inſtrumentum, ut pro globis ferreis regulæ ſphærometricæ vicem præbeat: eam ipſam globi plumbei 10. librarum diametrum in inſtrumento expreſſam accipe, ac in Metallicis lineis tranſversè inter puncta Pl. Pl. ſtatue, & hunc inſtrumenti ſitum nihil mutans, ex iiſdem excipe diſtantiam punctorum Fe. Fe. quæ eſt diameter globi ferrei 10. libras pendentis: quam in lineis Stereometricis interjice punctis 10. 10. per tranſverſum. Nam ita Stereometricæ hæ lineæ præbent exactam ſphærometricam regulam pro ferreis globis. Quæ ipſa Inſtrumenti pro globis lapideis accommodandi ratio eſt.

Obſervetur, cùm opus eſſe videatur, in inſtrumēti crure alterutro notare diverſas diametros globorū, reſpondentes rationi librarū in diverſis regionibus uſitatarum: quòd vitandæ confuſionis cauſâ ſufficiat, notare ſemper plumbei ſaltem globi 10. libras pendentis diametros, quas pro diverſitate librarum in ſingulis regionibus conſuetarum majores aut minores inveniemus. Neque verò eſt opus, ut ad haſce diametros inve-

niendas

niendas, actu confici cures globos plumbeos, ſingulos 10 librarum. Nam cujus tandem cunque ponderis aut materiæ illi fuerint, ex iis diametrum globi plumbei 10. librarum invenire non erit difficile per ea, quæ ſuprà Probl. 23. tradita ſunt, ubi data diametro globi, cujuſcunque ponderis ac materiæ, docuimus invenire diametrum alterius globi, quocunque alio pondere, & quacunque aliâ materiâ (modò ea in Metallicis lineis expreſſa ſit) conſtantis. Unde, ſi modò in qualibet regione paremus globum aut marmoreum, aut lapideum, aut alius materiæ in Inſtrumento ſignatæ, ſtatim poterimus inveſtigare diametrum globi plumbei 10. libras pendentis.

Propoſito cujuſcunque materiæ corpore, reperire cunctas particulares menſuras corporis ſimilis ex aliâ materiâ confecti, petitaſque libras pendentis.

Problema XXV.

Inter alios uſus, quos hæ nobis lineæ ſuppeditant, eſt & hic, quòd ſolidas figuras quacunque petita proportione, ſive mutatâ, ſive non mutatâ materiâ, poſſumus augere vel minuere. Quæ res exemplo ſequente dilucida reddetur. Eſto tormenti bellici proplaſma quoddam exiguum, (vulgò modellus dicitur, verbi causâ, ſtanneum: ex quo cunctæ menſuræ particulares, grandioris tormenti è cupro confecti, & 5000. libras pendentis excerpendæ ſunt. Initiò itaque pondus iſtius proplaſmatis exploretur, quod exempli causâ ſit 17. librarum. Deinde ſumatur quæ placuerit ejuſdem dimenſio, verbi causâ, orificii magnitudo: eaque tranſverſè ſtatuatur inter puncta St. St. metallicarum linearum: (cùm hæc ſit materia dati proplaſmatis) Et quia majus tormentum ex cupro conficiendum eſt, immediatè capiatur diſtantia punctorum Cu. Cu. quæ erit amplitudo orificii tormenti cuprei dato proplaſmati ſtanneo æquipondii, hoc eſt, 17. quoque librarum. Verùm quia tormentum hocce cupreum ſtanneo non æquipondium eſſe, ſed libras 5000. pendere debet, ad Stereometricas erit recurrendum, in quibus modò dictum ſpatium punctorum Cu. Cu. tranſverſè applicandũ eſt ad puncta 17. 17. & immoto Inſtrumento ſumenda diſtantia pũctorũ 100. 100. quæ foret amplitudo orificii alicujus bombardæ 100. librarũ. Atqui bombardã volumus, quę pendat libras 5000. Ergo dicta diſtantia 100. 100 augenda eſt ſecundùm quinquagecuplam proportionẽ, cùm 100. in 5000. quin-

quagies contineatur. Eam itaque magis expanſo Inſtrumento, ad aliquem numerum aptabimus, cujus quinquagecuplus ibidē extet: quod fiet, ſi ſtatuamus illam inter 2, 2. ac pòſt indidem capiamus intervallum punctorum 100. 100. quod abſque dubio dimenſio erit orificio bombardæ grandioris attribuenda. Qua ipſa ratione cæterarum tormenti partium omnium dimenſiones inveſtigare licet.

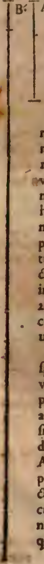
Non minùs etiam tormenti longitudo reperiri poteſt, quamvis inſtrumenti crura tanto ſpatio divaricari nequeant. Eſt autem proplaſmatis non integra longitudo, ſed eius aliqua ſaltem pars, putà octava, vel decima ſumenda, quæ per modò expoſitam rationem aucta ſive multiplicata, tandem nobis exhibebit octavam vel decimam partem totius longitudinis bombardæ grandioris.

Cæterùm hoc loco fortè dubium alicui ſuboriri queat, an, quemadmodum ope metallicarum noſtrarum linearum dimenſiones memoratas invenimus, unius metalli ſimplicis in aliud ſimplex commutatione facta, id ipſum fieri etiam queat in aliqua metallorum duorum Alligatione, quam vócant: ut in exemplo ſuprà poſito, ſi tormentum formandum eſſet, non è puro cupro: ſed, prout communiter fit, ex eo, quod aliquid ſtanni habeat admixtum. Quare modum trademus, eaſdem inveniendi dimenſiones in qua tandemcunque Alligatione, non aliter ac in ſimplici metallo. Conſequemur autem hoc, in metallicis lineis notando duo puncta obſcura ſeu exigua. Dico exigua, ut operatione finita pro arbitrio noſtro rurſum deleri poſſint. Sit, exempli causâ, tormentum non è ſimplici ac puro cupro conficiendum, ut ſuprà ſupponebatur: verùm ex ære, quod ſtannum admixtum habeat, ea Alligatione, ut ternas cupri libras ſingulæ ſtanni ingrediantur. Quare in utraque linea Metallica ſpatiolum illud, quod eſt inter puncta Cu. & St. exactè dividatur in quatuor æquales particulas, quarum tres relinquantur verſùs ſtannum, ac unica verſùs cuprum: atque ibi ſignetur punctum illud obſcurum in utraque linea Metallica, quo utemur ad metalli tranſmutationem haud aliter, ac ſuprà punctis Cu. Cu. Et hac ratione, nova puncta cujuscunque alligationis metallorum duorum pro re nata ſignari poſſunt.

Cæterùm non abs re ac inſigni commoditate fuerit, præſertim cùm eſt facienda tranſmutatio in metallum mixtum & alligatum è duobus aliis, quacunque data proportione, animadvertere, quòd repertâ per declaratam operationem ſolùm unâ dimenſione, ejus vi cunctæ

aliæ

aliæ quàm exactiſſimè promptiſſimèque poſſint inveniri, mediantibus lineis arithmeticis, operandi ratione non multùm diſcrepante ab ea, quam problemate 5. expoſuimus. Exempli cauſâ. Linea A. diameter erat



B. A. orificii in proplaſmate ſive modello bombardæ ſtanneæ propoſitæ: & reperiebamus lineam B pro diametro orificii in bombarda librarum 5000 conficienda ex metallo ſic mixto, ut ſtanni libræ binæ cupri ternas ingrediantur. Dico jam, quòd ad reliquas dimenſiones inveniendas arithmeticæ lineæ ſufficiant, accipiendo lineam B eandémque per tranſverſum applicando quibuſcunque libuerit arithmeticarum linearum punctis: & quantò maiorem ſumpſeris numerum, tantò commodiùs operaberis. Quare collocemus eam inter ultimos numeros 250. 250. atq; hac inſtrumẽti diſpoſitiõe retẽta, periclitemur, quibus tranſversè punctis linea A. congruat, quæ ſint, verbi causâ 44. 44. Vnde cognoſcimus, quòd in proplaſmate dimenſio A. ad majoris tormenti dimenſionem homologam ſeſe habeat ut 44 ad 250. Quæ ipſa cæterarum proplaſmatis ac tormenti majoris dimenſionum ſibi mutuò reſpondentium eſt proportio. Vnde reperturus, exempli gratiâ, poſticæ partis craſſitiem, accipias eam è proplaſmate, ac tranſversè ſtatuas inter puncta 44. 44. linearum arithmeticarum: ex iiſdemque ſitum hunc invariatum tenentibus tranſverſam diſtantiam punctorum 250. 250. excipias. Hæc enim erit poſticæ partis in majore tormento craſſities. Qua ipſa ratione cæteræ dimenſiones omnes inveniuntur.

Præterea facilimè ſimul & exquiſitiſſimè prima illa linea B. reſpondens puncto propoſitæ Alligationis metallorum duorum invenitur ita procedendo. Primò ſeparatim inveſtigentur duæ ſimplices dimenſiones, quarum una ſtanno, altera cupro reſpondeat: cujuſmodi ſunt duæ lineæ CD. CE. ex quibus CD ſit dimenſio cupro puro reſpondens: C E. verò puro ſtanno: ita ut harum differentia ſit linea D E. quæ dividenda erit juxta proportionem Alligatione aſſignatam. Vt ſi metallorum commixtio ternis cupri, binis ſtanni partibus conſtaret, linea DE. ſecanda erit in puncto F. eo pacto, ut F G. verſùs ſtannum tres partes, & F D. verſùs cuprum partes duas complectatur. Id quod perficies, totam lineam D E. ſecãdo in qinque partes æquales, earúmque tres relinquendo verſùs E. ac duas verſus D. Vnde linea C F. erit noſtra

E principalis



principalis, quæ paulò antè fuerat linea B. per quam ſolâ linearum arithmeticarū operâ perficiemus cunctas cæteras dimenſiones juxta tertii problematis doctrinam, ita ut non ſit opus, ad lineas vel metallicas, vel ſtereometricas ulteriùs recurrere.

DE LINEIS POLYGRAPHICIS.

Polygona regularia deſcribere.

PROBLEMA XXVI.

In altera inſtrumenti facie primùm offerunt ſeſe lineæ *Polygraphicæ*, à primario, quem hâbent, uſu ſic dictæ. Per eas enim ſuper quavis propoſita linea planam figuram quotcunque & laterum, & angulorum æqualium facili negotio deſcribere poſſumus, acceptâ circino magnitudine datæ lineæ, eâque per tranſverſum collocatâ inter ejus puncta 6. 6. Quo in ſitu relinquatur inſtrumentum, & excipiatur inde tranſverſum quoque intervallum eorum punctorum, quæ adnotatum habent numerum laterum ejus figuræ, quam deſcribere animus eſt. Exempli causâ, formare jubeamur heptagonū, ſive ſeptem laterum figuram. Primùm itaque datam lineam ſtatuemus inter 6. 6. Deinde ſumemus intervallum punctorum 7. 7. quod erit ſemidiameter circuli compræhendentis heptagonum ſuper linea propoſita deſcribendum ſic, ut ex lineæ terminis, tanquam centris, ſupra eam ad intervallum repertæ ſemidiametri fiat interſectio quædam, ex qua tanquam centro, eâdem circini aperturâ deſcribatur occulta circumferentia, quæ datæ lineæ terminos pertranſiens, eam præciſè ſepties in ſe recipiet, unde ſeptangulum conficietur: quod erat faciendum.

Circuli peripheriam in quotlibet partes æquales dividere.

PROBLEMA XXVII.

Iiſdem lineis, circuli propoſiti circumferentiam in plures partes dividere

videre licet, operandi ratione converſa cum præcedente. Nam circuli propoſiti ſemidiameter circino ſumitur, ſtatuiturque per tranſverſum inter puncta ſignata numero partium earum, in quas circumferentiæ diviſio fieri debet: immotoque inſtrumento deinde ſemper excipitur intervallum punctorum 6.6. quod in partes petitas circumferentiam ſecabit. Vt in ſeptem æquales partes datum circulum diviſurus, ejus radius collocetur inter 7. 7. & excipiatur diſtantia 6. 6. qua ſectionem imperatam abſolves.

DE LINEIS TETRAGONICIS.

Circulum, atque adeò quaslibet figuras regulares quadrare, ac easdem in ſe invicem commutare.

PROBLEMA XXVIII.

Lineas haſce *Tetragonicas* appellare libuit, ab earum uſu potiſſimo, qui eſt, circulũ, omnéſque figuras regulares quadrare. Cujus alioqui ſubdifficilis problēatis hìc expeditiſſima ſolutio datur. Etenim dato circulo quadratum æquale conſtructurus, tantummodò ſemidiametrum ejus acceptam circino, ſtatues in Tetragonicarum linearum punctis iis, quæ duobus circellis notantur, hoc modo, ⊙⊙. & im̃oto ſic inſtrumento, ex iisdem circino ſumes diſtantiam punctorum 4. 4. quæ eſt latus quadrati dato circulo æqualis.

Haud alia ratione, ſi latus pentagoni, vel hexagoni, eidem circulo æqualis habere vellemus, accipietur interſtitium vel punctorum 5. 5. vel punctorum 6. 6. Hæc namque latera erunt vel pentagoni, vel hexagoni, circulo dato æqualis.

Præterea cùm ex converſo placet invenire circulum æqualem quadrato, vel alii cuivis polygono regulari, latus ejus circino exceptum ſtatuatur in iis tetragonicarum punctis, quæ numero laterum propoſitæ figuræ notantur: & immoto inſtrumento, capiatur ex iisdem diſtantia circellorum ⊙. ⊙. qua ſemidiametro deſcriptus circulus, dato polygono æquabitur.

Tandem hac ipſa ratione latus invenietur cujuſcunque figuræ regularis, æqualis cuicunque alii propoſitæ. Vt, octangulum dato pentagono æquale conſtituetur, ſi propoſiti pentagoni latus accommodetur punctis 5. 5. & inſtrumento non mutato capiatur interſtitium punctorum 8. 8. quod erit octanguli latus, ad quærendum propoſitum.

Diverſis figuris regularibus, quamvis inter ſe diſſimilibus, omnibus unam aliquam æqualem conſtituere.

PROBLEMA XXIX.

Problematis hujuſce reſolutio dependet cùm è præcedente, tum decimo ſuprà declarato. Nam ſi, gratiâ verbi, proponerentur hæ figuræ, circulus, triangulum, pentagonum, hexagonum: peteretúrque fieri quadratum iſtas figuras omnes ambitu ſuo complexum: initiò per antecedens problema ſeparatim invenienda ſunt quatuor quadrata dictis quatuor figuris æqualia. Deinde per problema 10. unum aliquod quadratum iſtis quatuor æquale conſtruendum eſt, quod abſque dubio propoſitas quatuor figuras æquabit.

Conſtituere qualemcunque figuram regularem, cuicunque alii figuræ rectilineæ irregulari æqualem.

PROBLEMA XXX.

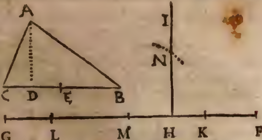
Hocce problema non eſt utile minùs, quàm curioſum. Docet enim, quomodo cunctæ planæ ſuperficies irregulares poſſint vel quadrari: vel in circulum, aut quamcunque regularem figuram aliam reduci. Et quoniam omne rectilineum in triangula reſolvitur, quando noverimus conſtituere quadratum æquale cuicunque triangulo: ſeparatim deſcribendo ſingula quadrata, ſingulis, in quæ rectanguli reſolutio eſt facta, triangulis æqualia: deinde per problema 10. iſthæc omnia quadrata reducẽdo in unũ aliquod; eſt manifeſtũ, quadratũ eſſe reptũ, æqua-

la

le rectilineo propoſito. Vnde reſolutio problematis hujusce conſiſtit in inventione quadrati cuicunque propoſito triangulo æqualis, quam ex inſequenti lemmate diſcemus.

Lemma pertinens ad modò dictorum explicationem.

Sit ergo conſtituendum quadratum æquale dato triangulo A B C



Lineæ infinitæ F G. inſiſtat ad angulos rectos infinita H I. Deinde ſumatur medietas perpendiculi AD. (id quod circino quaternorum crurum, cujus breviora crura ſubdupla ſunt ad longiora, comodè perficietur) quæ in infinita linea ſit H K. Sumatur quoque baſis B C. quæ in eandem infinitám tranſlata, ſit H L. Porrò K L. biſecetur in M. quo centro, & radio biſegmento, impoſita perpendicularis H I. ſecetur in N. Eritque H N. latus quadrati triangulo dato æqualis.

Cæterùm quæ jam per linearum deſcriptionem abſque Inſtrmento ſumus operati, per inſtrumentum facilimè poterimus expedire. Vt in ſuperiore triangulo eſt ſumenda perpendicularis AD & in ſcalam arithmeticam rectam tranſferenda, ubi abſcindet, verbi gr. puncta 13. quæ ipſa perpendicularis in arithmeticis lineis eſt ſtatuenda inter 13. 13. ſimiliterque baſeos medietas B E. in ſcalam arithmeticam tranſferenda, ubi quia v. g. puncta 12. complectitur, ideoque in geometricis lineis (eundem, quem & antè, ſitum tenentibus) accipiemus diſtantiam tranſverſam punctorum 12. 12. quæ erit linea F. eadem cum priore H N. cujus quadratum æquabitur triangulo dato ABC.



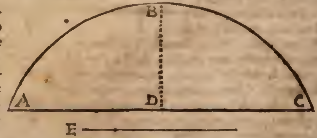
DE LINEIS ADIVNCTIS.

Circuli cùm ſegmenta, tum ſectores, itémque figuras alias à partibus circumferentiæ, aut ſimul à rectis & curvis lineis comprahenſas quadrare.

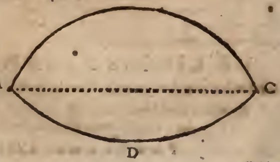
PROBLEMA XXXI.

Explicandæ nunc reſtant *Adjuncta lineæ*, ſic à nobis appellatæ, cùm ſuperioribus lineis adjungant id, quod in iis deſiderari potuiſſet: modum videlicet quadrandarum circuli partium, ut ſegmentorum, ſectorum, & aliarum mixtarum figurarum. Sunt autem hæ lineæ ſignatæ duplici numerorum ordine, quorum exterior incipit à puncto hanc ſemicircularem notam ◠ adjunctam habente: poſt ſequuntur numeri 1.2.3.4. uſque ad 18. Alter ordo interior incipit ab hoc ſigno ·‾ ſequunturque numeri 1. 2. 3. 4. &c. itidem uſque ad 18.

Mediantibus hiſce lineis poſſumus initiò quadrare quodcunque circuli datum ſegmentum, quod tamen ſemicirculum non excedat. Quod quomodo fiat, exemplo clarum reddam. Eſto ſegmentum ABC. cui æquale quadratum inventurus, biſeca chordam ejus AC. in puncto D. & biſegmentnm AD, circino ſumptum accomõda per tranſverſum punctis ſignatis dicto charactere ſẽicirculari ◠ inſtrumẽtum in hoc ſtatu relinque. Præterea ſegmenti altitudo DB. quibus punctis exterioris numerorum ordinis congruat, explora. Cadat hìc, exempli causâ, inter 6. 8. Porrò ſtatim accipe circino ſpatium inter puncta 6. 6. ordinis interioris, quod erit linea E. latus quadrati dato ſegmento ABC. æqualis.



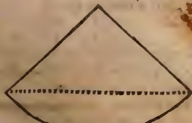
Quod ſi ſuperficiem haberemus, duobus circuli ſegmentis compræhenſam, qualis eſt figura ABCD. illà facilè reducemus in quadratum. Nam ducta chorda AC.



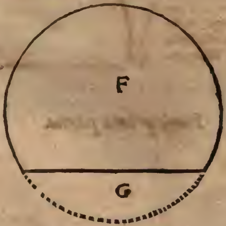
dividet

dividet eam in duo ſegmenta: deinde per modò traditam regulam inveniantur duo quadrata ſegmentis illis æqualia, eadémque per problema 10. in unum aliquod redigentur, quod æquabitur figuræ datæ ABCD.

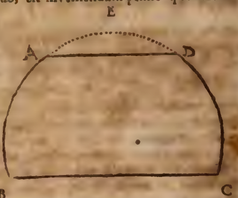
Non diſſimili ratione, circuli quoque Sectorem ABC. quadrabimus. Ejus enim baſi chorda CB. ſubducta, dividet illű in ſegmentum & triangulum: ex quibus per ſuperius tradita, duo quadrata, & ex his duobus unum aliquod conſtrui facilè poteſt.



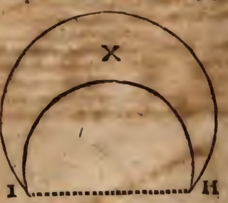
Supereſt, ut oſtendamus, quomodo per eaſdem lineas oporteat quadrare ſegmenta ſemicirculo majora, ut F: item trapezia duabus rectis ac duabus curvis comprehenſa, cujuſmodi eſt figura ABCD. præterea Meniſcos ſive lunulas, qualis eſt X. Quorum omnium problematum eadem eſt reſolutio. Nam quod attinet ad ſegmentum ſemicirculo majus, ſi modò tradita ratione quadraverimus ſegmentum minus G, hócque quadratum ſubtraxerimus è quadrato, quod juxta problema 28. æquatur toti circulo: reſiduum quadratum æquabitur ſegmento majori.



Sic in trapezio quadrando, eſt inveniendum primò quadratum æquale ſegmento majori BAEDC. Deinde ex hoc ipſo quadrato ſubtrahendũ eſt id quadratum, quod æquatur minori ſegmento AED. Reſiduum quadratum æquabitur trapezio dato ABCD.



Eadem ratione proceditur in quadratura Lunulæ X. Ducitur quippe chorda HI, communis utrique ſegmento: ſeparatim deinde inveſtigantur quadrata iiſdem ſegmentis æqualia: quorum differentia æquatur Lunulæ X. Quomodo autem geometricarũ linearum ope, duorum quadratorum differentia ſit invenienda, eadémque in aliud quadratum reducenda, ſuprà problem. 11. fuit expoſitum.



Finis primæ partis.

PARS ALTERA,

QUA DECLARATUR USUS Quadrantum, inter utrumque proportionum Inſtrumenti crus interjectorum.

ADjungitur inſtrumento commodioris & amplioris uſus gratia Limbus Quadrantis, inſtrumenti cruribus interceptus: in cujus interiori parte deſcripta extat ſcala bombardariorum, in partes 12. æquales pro more diviſa. Scalæ hujus uſus eſt, ut inſtrumenti uno crure in tormenti cavitatem impoſito perpendiculum è centro dependens in ea monſtret, ad quam altitudinem elevata ſit machina.

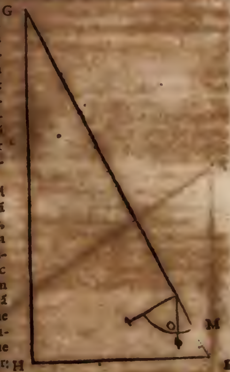
Cæterùm quia res non caret periculo, ſi quis munimentum egreſſus, & ſcalam li[illegible] orificio tormenti applicans, hoſtium ſeſe conſpectui exponat, inveni eſt alia hoc ipſum perficiendi ratio ſecurior, ſcalam applicando poſticæ parti bombardæ. Quoniam autem tormenti cavitas non eſt parallela cum exteriori ſuperficie, ac poſteriores partes craſſitie ſua ſuperant anteriores, oportet hunc defectum ſupplere prolongato inſtrumenti eo crure, quod orificium tormenti ſpectat: quæ prolongatio fit, admotâ quadam pinna ſeu ancone mobili. Neceſſum autem eſt, ut una ſolùm vice tormentum in libellam collocetur, hoc eſt, ita ſtatuatur, ut axis tormenti ſive linea, quæ per mediam ejus cavitatem tranſit, exactè cum plana Finitoris ſuperficie congruat. Quo facto, in illa tormenti parte, qua pulvis pyrius accenditur, inſtrumentum ſtatuatur, eiusque crus anterius admotâ pinnâ volubili tantiſper prolongetur, donec perpendiculum ſecet punctum 6. quod in ſcala medium eſt. Deinde ſiſtatur pinna per cochleolam ſuam, ac in inſtrumenti crure ſignetur lineola quædam obſcura eo loco, ubi terminatur illa fiſtula tranſverſa. quæ pinnam affixam ſecum defert: quò re ſic exigente poſtea queat eadem accommodatio pinnæ repeti. Quod ſi iam tormentum ad unum ſcalæ punctum elevare placet perpendiculum ſecabit numerum 7, ſin ad duo puncta, ſecabit 8, &c.

Altera, quæ ſequitur, diviſio Quadrantis eſt Aſtronomici, cujus

 uſus

ſine ea, quæ oculo opponitur, ut hoc in exemplo eſt arcus EI. 47. punctorum. di cernus, altitudinem turris AB. tot eſſe pedum, quot ſunt abſciſſa puncta, nimirum 47.

Quod ſi verò filum caderet in umbram rectam, ſeu eam, quæ eſt oculo propiori, quemadmodum apparet in ſequenti figura, ubi in altitudine GH. dimetienda perpendiculum abſcindit arcum MO tum per numerum abſciſſum dividenda ſunt 10000. quotiens erit altitudinis GH. menſura. Vt, ſi perpendiculum attigiſſet puncta 50 per hæc 50. dividantur 10000. Quotiens 200. altitudinis GH. menſura eſt.



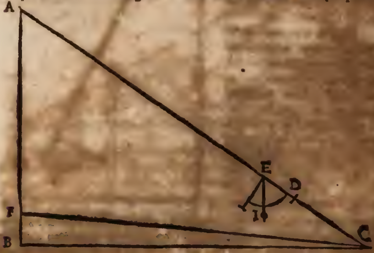
Et quia videmus, quòd perpendiculum nonnunquã ſecet illas centeſimas partes, quæ contiguæ ſunt ei cruri, in quo dioptræ ſunt: nonnunquam autem oppoſitas (hoc eſt, quòd interdum incidat in altimetræ noſtræ ſcalæ umbrã rectã interdũ in verſã) idque in ſequẽtib⁹ operatiõib⁹ pluribus evenire poſſit, ideo que pro regula univerſali teneatur:

Quotieſcunque perpendiculum incidit in umbram rectam, hoc eſt, eas centeſimas, quæ ſunt obſervatoris oculo contiguæ, quòd per numerum abſciſſum à perpendiculo dividere ſemper oporteat 10000. ac de reliquo ſequi regulã præſcriptam. Et in ſequentibus quidem exemplis perpendiculum ſemper alteras tantùm centeſimas tranſire præſupponemus.

Cæterùm ut varietas atque multitudo uſuum hujus Inſtrumenti magis perſpiciatur: modum oſtendam, quo ſupputationes laborioſiores, quæ in altimetræ ſcalæ uſu ſeſe offerunt, evitari, ac ſumma brevitate facilitatéque perfici queant, ardinatarum linearum interventu. Et ut

ab operatione præſenti faciam initium, ſi quis ignarus arithmeticæ 10000. per abſciſſum perpendiculo numerum dividere non poſſet, ex arithmeticis lineis directè capiat 100. eáque per transverſum ſtatuat inter puncta illius numeri perpendiculo abſciſſi. pòſt inſtrumento non variato, excipiat indidem tranſverſam diſtantiam punctorum 100 100. quam ſi directè metiamur, exhibebit altitudinem quæſitam. Vt ſi perpendiculum ſecuiſſet 77. in arithmetica linea 100. directè ſumpta, tranſverſè ſtatuantur inter 77. 77. ſtatimque diſtantia punctorum 100. 100. excipiatur, quam ſi metiaris directè, continere deprehendes 130. puncta ferè. quanta ſcilicet eſt menſura propoſitæ ad metiendum altitudinis.

Alter modus altitudinis metiendæ non eſt adſtrictus ad 100. pedum diſtantiam à baſi: ſed quovis à baſi intervallo perficitur, ut exemplo ſequente pateſcet. In puncto C. metiri placet altitudinem turris AB. ſit itaque viſiva linea in faſtigium turris directa CDE; notenturque puncta



filo EI. abſciſſa, quæ cauſâ exempli ſunto 80. Deinde ex eadem ſtatione C. humilius quoddam in eadem turri ſignum, ut punctum F. per dioptras obſervemus, notando puncta filo perpendiculari abſciſſa, quæ ſunto 10. cumque minor hic numerus 10. in altero majore 80. contineatur octies, pronunciabimus ergo, diſtantiam F B. in tota altitudine BA. contineri octies. Et quia púctum F. humilius eſt, altitudinem FB. decempe-

dâ, vel alio menſuræ genere non difficulter explorare, atque ſic in cognitionem totius altitudinis AB. venire poterimus.

Eſt autem animadvertendum, quòd in hac geodæſia metiamur ſolummodò altitudinem eam, quæ eſt ſupra horizótẽ ſive finitoré obſervatoris oculi. Proinde ſi fuerit oculus obſervatoris altior baſe rei metiendæ, ad altitudinem inſtrumento compertam oportet addere tantum intervallum, quanto baſis horizonte ab oculi horizonte diſtat.

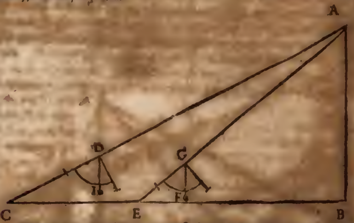
Tertius modus altitudinis explorandæ duabus indiget ſtationibus, in haſta aliqua ad perpendiculum erecta factis. Vt, in altitudine AB. metienda, primò ſtatuatur Inſtrumentum in elatiore ſtatione F. & per pinnacidia EF radius viſivus tranſeat ad rei metiendæ faſtigium A. noteturque abſciſſus arcus GI. qui ſit, exempli causâ, 50. partium. Deinde perpendiculariter te demittas ad humiliorem alteram ſtationem C. atque idem faſtigium A. conſpicias per pinnacidia DC. rurſumque obſerves abſciſſum arcum LO. qui priore major erit, exempli gratiâ punctorum



100. Tum accipias differentiam horum duorũ numerorum 50. & 100. quæ eſt 50. Atq; hæc differentia quoties continetur in majore illorum numerorũ, hoc eſt, in 100. (continetur autem hic bis) toties diſtantiam C F. contineri pronunciabimꝰ in altitudine BA. Quod ſi ergo metiamur hanc diſtantiam CF. etiam in cognitionem totius altitudinis BA. veniemus.

Quartò, ſi metiendæ cujusdam altitudinis radicem ſeu fundum conſpicere non daretur, ut eſt altitudo montis AB. ſic procedendum eſt.

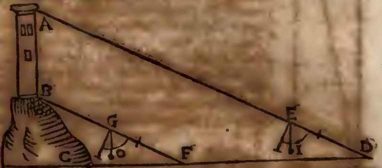
In prima ſtatione C. radius viſualis ab oculo per pinnacidia tranſeat ad montis cacumen A. notenturque partes, quas liberè pendens perpendiculum DI. abſcindit, quæ ſint exempli causâ 20. Deinde in eodem plano, 100. paſſibus propiùs ad montis radicem accedendo, ex altera ſtatione E. idem cacumen A. videatur, rurſumque partes à perpendiculo GF. abſciſſæ notentur, quæ ſint 22. Jam hi duo numeri 20 & 22. inter ſe multiplicati faciunt 440. quæ dividenda ſunt per differentiam eorundem numerorum, hoc eſt, per 2. Quotiens 220. paſſus, eſt altitudo montis, ad inveſtigandum propoſita.



Supputatio per Inſtrumentum fit hoc pacto. Minorem numerum à perpendiculo abſciſſum ex arithmeticis lineis accipias directè, ac per transverſum applices ad differentiam duorum numerorum in utraque ſtatione repertorum: præterea tranſversè ſumas alterũ numerum à perpendiculo abſciſſum, quem ſi directè metiamur, exhibebit altitudinem quæſitam. Exempli causâ, ſi ſtationis utriuſque puncta forent 42. & 58. ex his minorem numerum 42. directè captum, transversè colloces ad differentiam eorundem, hoc eſt, inter 16. 16. (vel, ſi non potes, ad ejus duplum, triplum, quadruplum &c. ſit hoc loco quadruplum 64.) Deinde numerum alterum majorem 58. (vel hoc loco, ejus quadruplum 232.) exceptum transversè, metiaris directè: habebiſque 152. & unam quartam, quæ eſt altitudo ad metiendum propoſita.

Quintò poſſumus eodem Inſtrumento quamvis altitudinem explorare, cujus baſis impoſita ſit monti, vel alteri cuipiam altitudini, & utraque

utraq; illius extremitas cerni poſſit quamvis infimum punctum altetius, cui imponitur, lateat, & ejuſdem infimi puncti diſtantia à loco menſoris cognita non ſit. Ut, altitudinem turris AB. monti BC. inſiſtentis exploraturus, initiò ex remotiore ſtatione D. turris apicem A. per pinnacidia videas, notesque puncta à perpendiculo EI. ſecta, quæ, verbi gratiâ, ſint 18. Deinde in D. baculo infixo, vel alio relicto ſigno, propiùs ad turrim accedas, uſque dum baſin turris, hoc eſt, punctum B per pinnacidia obſervans, perpendiculum GO. ſecet eundem numerum 18 id quod fit in ſtatione ſecunda F. Metiaris porrò duarum ſtationum intervallum DF. quod, exempli causâ, ſit paſſuum 130 quem numerum multiplices per dicta 18. puncta: factumque 2340. dividas per 100. Quotiens 23 & duæ quintæ, eſt altitudo turris AB. in paſſibus, vel alio menſuræ genere, quod in DF. adhibitum fuit.



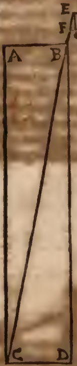
Per inſtrumentum fit hic epilogiſmus, abſciſſa puncta directè umpta, ſtatuendo tranſversè ad 100. ac pòſt intervallum ſtationum exceptum tranſversè, directè metiendo. Ut ſi perpendiculare filum ſecuiſſet puncta 64. & inter utramque ſtationem paſſus 146. intercederent, accipiantur 64 directè, perque tranſverſum applicentur ad 100. 100 atque ſic immoto Inſtrumento tranſverſum ſpatium inter 146. 146. capiatur, quod in ſcala recta dabit 91 cum dimidio circitèr quanta ſcilicet eſt altitudo ad metiendum propoſita.

2. *Geodæſia profunditatis.*

Modi profunditatis explorandæ duo ſunt: primus ad eas pertinet, quæ lineis parallelis continentur. Ut eſt profunditas putei, vel altitudo turris è ſuo faſtigio metienda. Sit, exempli causâ, puteus [illegible] C. parallelis AC. DB. comprehenſus. Inſtrumenti angulo ad oc[illegible] admoto,

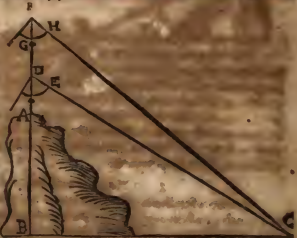
 radius

radius viſualis per utriuſque pinnacidii foramina transmiſſus ſtringat



puncta B C. noteturque numerus à perpendiculo ſectus, qui verbi gratiâ ſit 20. conſideretur deinde, quoties hic ipſe numerus 20. contineatur in 100. ac toties latitudinem B A. contineri pronunciabimus in profunditate BD.

Alter modus attinet illas profunditates quarum pars ima ſub aſpectum non cadit. Ut, ſi montis A B. altitudinem, ſive lineam perpendicularem, quæ ex eius cacumine in horizõtem ſubjectæ planitiei demittitur, explorare placet, eſt neceſſe, duas ſtationes in una linea perpendiculariter erecta adhiberi: quarum ſublimior ſit in aliqua turri, vel arbore, vel altiore domo, ubi ex puncto F. per pinnacidia FH. ſignum aliquod, ut C. in planitie ſubjecta obſervetur, notenturque puncta ſilo FG. ſecta, quæ ſunto 32. Deinde ad inferiorem ſtationem D. demiſſus, idem ſignum C. per pinnacidia DE. intuearis, itidemque ſecta ſilo puncta notes, quæ ſint 30. Horum duorum numerorum differentia 2 quoties continetur in minore numero 30. (continetur autem hoc loco 15.) toties differentiam ſtationum FD. conti-



neri pronunciabimꝰ in linea DB. Quod ſi ergo FD. lineam in certo menſuræ genere cognitam habeamus, inde quoque magnitudinẽ DB. nõ difficulter eliciemus. Ut, ſi FD. ſit 10. paſſuum, DB. continebit paſſus 150. unde ſubtractâ ſtationis inferioris altitudine DA. relin-

quetur

quetur altitudo montis quæſita AB.

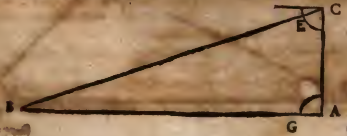
3. Geodæſia diſtantiarum.

Ratio diſtantiæ metiendæ ſequitur. Et primò quidem fluminis latitudinem, ut CB. ex elatiore aliquo ripæ loco A. ita dimetiemur, ut ex puncto A. radius viſivus per latus AF. tranſeat ad præfixum in oppoſita ripa terminum B. noteturque abſciſſa umbra DE. quæ ſit, verbi gratiâ, 20. punctorum: qui numerus quoties continetur in tota ſcala 100. (continetur autem quinqvies) toties altitudinem AC. contineri dicemus in latitudine CB. Unde, ſi AC. 10. pedum foret, eſſet hic numerus multiplicandus per 5. & haberetur fluminis latitudo CB. pedum 50.



2 Si cognita fuerit in pedibus aut paſſibus altitudo turris, ex qua geodæſiam inſtituimus, in diſtantiæ cognitionem hoc modo venietur. Ponamus, altitudinem eſſe 123. pedum: & à perpendiculari filo deſignari 63. Porrò in regula proportionum primo loco ſemper collocari debet umbra abſciſſa, ut hic 63. ſecundo loco ſcala tota 100. tertio denique altitudo ſtationis noſtræ, ut in hoc exemplo 123. Operatione peracta, prodibit quartus proportionalis 195. & una quarta circitèr: quæ eſt diſtantia ad quærendum propoſita. Eſt autem obſervandum, à filo perſtringi ſcalæ umbram oculo viciniorem: id quod ſemper eveniet, quando diſtantia altitudine maior eſt.

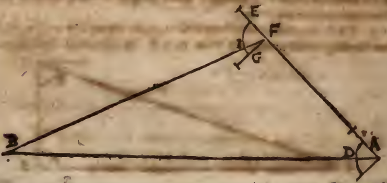
3 Eſt & alia metiendæ diſtantiæ ratio, cujus exemplum accipe. Placet inveſtigare diſtantiam AB. Primùm in A. ita collocetur Inſtrumen-



tum

tum ſecundùm planitiem ſuam, ut ejus unum latus ſpectet ſignum B. alterum angulo recto dirigatur versùs C. Deinde in infinita linea A C. ſumantur 100. vel pedes, vel aliud menſuræ genus, & cùm in A. tum C. figatur baculus. Tum in altera ſtatione C. Inſtrumentum rurſus accommodetur ita, ut ejus unum latus primam ſtationem A. ſpectet, & ex C. ad dictum ſignum B. radius viſivus tranſmittatur, & ſectum ab eodem umbræ punctum notetur, quod ſit E. Quo numero dividantur 10000, quotus deſignabit pedes aut paſſus propoſitæ latitudinis A B.

4. Quod ſi verò non eſſet integrum, in aliqua linea, quæ cum altera rectum angulum conſtituit, 100. paſſibus progredi, aliâ incedendum eſt viâ. Vt ſi ex puncto A, diſtantiam AB. metiri placeret; nec poſſemus ſtationem ſecundam eligere in alia linea, quàm in A E. quæ cum AB ut patet, angulum acutum facit: nihilominus id, quod volumus, aſſequemur, ſi ſtatuatur inſtrumentum ita, ut ejus unum latus cum ſtationum linea AF. coincidat: & hoc inſtrumenti ſitu nihil variato, viſûs aciem ex A. intendas ad B. notéſque puncta in D. abſciſſa, quæ ſint, exempli causâ 60. Deinde figas baculum in A. itémque alium in linea A E. qui ab illo diſtet paſſib⁹ 100. ut in puncto ſecundæ ſtationis F. ubi rurſum ita ſtatuas inſtrumentum, ut ejus latus EF. dirigatur ad baculum primæ ſtationis A. & ex angulo F. ad idem ſignum B. radius viſualis tranſeat, qui abſcindat umbram GI. v. g. 48 punctorum. Iam ex hiſce duobus numeris 60. & 48. diſtantiam AB. reperturus, multiplica primùm 60. in ſe, facto 3600. adde 10000. ſumma 13600. cujus radicem quadratam 117. circitèr per 100. multiplica: factum 11700. divide per differentiam primorum duorum numerorum 60 & 48, hoc eſt, per 12. quotus 975 deſignat paſſus quæſitæ latitudinis AB.



Supputatio

Supputatio per inſtrumentum quomodo fiat, ſeqvens exemplum docebit. Sint puncta abſciſſa per viſuales radios in utraque ſtatione 74 & 36. Accommodes Inſtrumentum ſic, ut arithmeticæ lineæ rectum angulum efforment: id quod fiet, ſi 100. ex iiſdem directè ſumpta, transverſè per circinum ita ſtatuas, ut crus unum conſiſtat in 80. alterum in 60. (atque hæc regula, lineas arithmeticas in angulum rectum conjungendi, probè teneatur ad alios etiam uſus.) Quo facto, ſumas diſtantiam tranſverſam inter 100. & majorem numerum à viſivis radiis abſciſſum, qui hic eſt 74. quam diſtantiam p transverſum ſtatuas inter 38.38. quæ eſt differentia duorum, quos dixi, numerorum 74. & 36 Quod ſi propter parvitatem hujus numeri fieri non poteſt, ſumas ejus duplum, triplum, vel quadruplum. Hic exempli causâ, accommodetur ad triplum, hoc eſt, inter 114. 114. ſtatimque ſumatur diſtātia tranſversa punctorum 100. 100, quam ſi directè metiaris, & ſemel, bis, ter, vel quater ſumas, (prout diſtantiam dictam inter differentiam vel ſimplicem, vel duplicatam, triplicatamve &c: ſtatueris) exhibebit quæſitam diſtantiam. Ut in hoc exemplo dicta tranſverſa diſtantia in ſcala recta punctorum eſt 109 qui numerus triplicatus dabit 327. quanta ſcilicet eſt ad metiendum propoſita diſtantia.

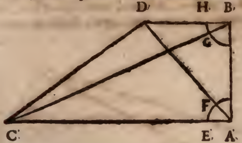
5. Ratio jam conſideranda venit metiendi à nobis remotiorum locorum intervallum. Ac initiò modum exponemus, qui tum adhibetur, ſi locus uterque in eadem recta linea ſitus à nobis ex aliquo loco conſpici poteſt. Sit, exempli causâ, locorum BA, intervallum explorandum, quorum uterque in eadem recta linea CBA. viſui noſtro ſeſe offert. Initiò ſtatuatur inſtrumentum in C. ſic, ut per unius lateris dioptram exiens



radius, utrumque datum locum AB. pertranſeat. Deinde in linea viſiva

per alterius lateris dioptram verſus D. exeunte, ſpatium CD. ſumatur pedum 100. figanturque baculi in D. & C. Tum ad alteram ſtationem D. tranſgreſſi, rurſum ita collocemus Inſtrumentum, ut unum ejus latus cum DC. ſtationum lineá coincidat: tranſeant autem ex angulo D. viſuales radij ad utrumque locum B. & A. & ab iiſdem abſciſſi numeri notentur, qui ſint, verbi gratia 25. & 20. per quos dividantur 10000. eritque quotiens primus 400. ſecundus 500. quorum differentia 100. eſt diſtantia BA. quæſita.

6. Si verò diſtantia metienda foret inter duo loca C. & D. in tranſverſum ſita, ſic ut recta CD. producta, per pedes menſoris non tranſeat: initiò in ſtatione prima A. per foramina pinnacidiorum conſpiciatur punctum C. ſecundùm lineam AEC. Deinde radio viſivo per F. in alterum punctum D. tranſmiſſo, notetur abſciſſa umbra FE. quæ ſit verbi gratiâ punctorum 20. & per Inſtrumenti ſic immoti latus alterum acies dirigatur versùs ſecundam ſtationem B. Tum in A. infixo baculo, itémque alio in linea AB. tantiſper in hac ipſa linea recta AB. procedatur, donec per inſtrumenti latus unum radius viſivus in punctum D. ſimulque per latus alterum in punctum A. tranſeat, id quod fit in puncto B. ex quo radius dirigatur ad C. noteturque abſciſſa umbra GH. punctorum v. g. 15. Tandem exploretur intervallum duarū ſtationum A B. quod ſit, exempli causâ 160. paſſuum. Iam præcognitis hiſce, ſupputatio ſic inſtituitur. Primò numerus paſſuum, interjectorum utrique ſtationi, hoc eſt 160. multiplicatur per 100. factus 16000. dividendus eſt. ſeparatim per utramque repertā umbram 20. & 15. Quotientes ſunt 800. & 1067. quorum differentia 267. in ſe multiplicata, facit quadratum 71289. cui addendum eſt quadratum dictorum 160. paſſuum, quod naſcitur ex hoc numero in ſe ipſum ducto: eſtque 25600. Horum quadratorum ſumma eſt 96889. cujus quadrata radix 311. paſſus arguit inter C. & D. interceptos.



Supputatio hæc per Inſtrumentum ut fiat, exemplo ſequente manifeſtum reddetur. In utraque ſtatione fuerint umbræ repertæ 60. &

34. ſtationum autem intervallum eſto 116. paſſuum. Jam in operando ſemper è lineis arithmetricis accipias 100. directè, eademque per tranſverſum applices umbræ majori, quæ hic eſt 60. ſtatimque per tranſverſum item excipias numerum paſſuum, qui hic eſt 116. & hoc ipſum intervallum accommodes transversè ad alteram minorem umbram 34. vel ſi id non potes, ad ejus duplum, triplum, quadruplum &c. prout commodum tibi videbitur: applicetur jam ad quadruplum, hoc eſt, inter 136. 136. Quo facto, per transverſum excipe differentiam duarum umbrarum, quæ hoc loco eſt 26. vel etiam ejus duplum, triplum, quadruplum &c: prout paulò antè fuit applicatio facta. Ut in exemplo noſtro ſumendum eſt quadruplum 104. atque hæc diſtantia directè metienda, ubi continere deprehendetur 148. quem numerum cuſtodi memoriâ: tandemque lineas arithmeticas juxta rationem, quam ſupra tradidimus, ita ſtatue, ut in angulum rectum coëant. Quo facto, cape transverſum intervallum inter eum numerum, quem modò memoriâ tenendum diximus, & numerum paſſuum, hoc eſt, inter 148. & 116. quod ſpatium directè ſi metiaris, invenies 188. quanta præcisè eſt diſtantia quæſita DC.

7. Tandem ſi ad alteram ſtationem, prout in operatione præcedente requirebatur, progredi non liceret, alio tamen modo diſtantiam duorum locorum in tranſverſum ſitorum elicere poterimus. Ut ex C. menſurus interſtitium AB. principiò ſecundùm aliquem modorum ſuprà declaratorum, explora ſigillatim utriuſque dati loci A. & B. diſtantiam à menſoris pede C. ſitque gratiâ exempli, CA. 850. & CB. 530. paſſuum. Præterea Inſtrumenti latus CD. coincidat cum recta CA. & ex angulo C. ſpectetur alter locus B. noteturque abſciſſa umbra DE. verbi gratiâ 15. punctorum: qui numerus in ſe ductus, exhibet quadratum 225. cui addantur 10000 ſumma 10225. cujus quadrata radix eſt 101. Multiplica porrò minorem diſtantiam 530. per 100. factum 53000. divide per modò inventam radicem 101. quotum 525. multiplica per majorem diſtantiam 850. factumque 446250. duplica, fient 892500. Præterea multiplica ſigillatim dictas duas diſtantias, unamquamque in ſe ipſam: facti 722500. & 280900. additi ſummam conſtituunt 1003400. ex qua



 ſubtrahendum

ſubtrahendum eſt ſuperius illud duplum 892500. Reſidui [illegible] radix quadrata 355. eſt quæſita duorum locorum AB diſtantia

Magno hujus calculi labore nos arithmeticæ lineæ ſublevabunt, ut exemplo clareſcet. Ponamus, majorem diſtantiam eſſe paſſuum 230. minorem verò 104. umbram denique punctorum 58 Arithmeticæ lineæ rurſum, ut antè, rectum angulum conſtituant & uno circini crure poſito in puncto 100 alterum expandatur uſque dum per transverſum attingat 58 numerum [illegible] umbræ repertæ: hoc ipſum ſpatium in arithmetica linea ſi directe metiaris, continere deprehendes 116. quàm proximè: qui numerus eſt memoriâ tenendus Accipe præterea directè dictum umbræ numerum 58. & hanc diſtantiam per tranſverſum ſtatue inter 100. & 116. quem numerum antea memoriæ tradendum diximus. Hoc inſtrumenti ſitu non variato, ſume tranſverſum intervallum punctorum 230. & 104 qui ſunt numeri paſſuum. Hoc tandem intervallum ſi directè metiaris, exhibebit 150. quantum ſcilicet eſt interſtitium quæſitum AB.

Atque has tantummodò metiendarum altitudinum, profunditatum, diſtantiarumque regulas jam proponendas eſſe duxi: non quòd ſecundùm unas haſce noſtro Inſtrumento liceat operari: ſunt enim & aliæ quamplurimæ: Verùm ut ne præter neceſſitatem ſim longior, quàm par eſt: cùm præſertim nullus omninò dubitem, quemlibet mediocriter ingenioſum iis, quæ ſunt expoſitæ, cognitis, per ſeipſum plures alias, ad omnem ſpecialem caſum, qui ſe offeret, neceſſarias regulas invenire facilè poſſe.

Finis ſecundæ partis.

IN

IN TRACTATUM DE PROPORTIONUM INSTRUMENTO, Notationes

Mathiæ Berneggeri:
quibus

1 Inſtrumenti artificioſa conſtructio atque diviſio docetur è fundamentis Geometricis:

2. Demonſtrationes & fundamenta ſingulorum Problematum Galilæicorum traduntur:

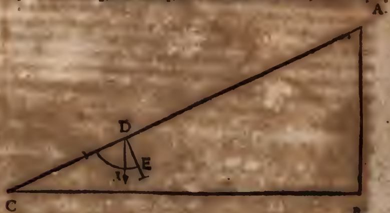
3. Uſus ulterior in reſolvendis Euclideis & aliis problematibus compluribus oſtenditur.

uſus cùm ab aliis jam antè ſatis ſuperque fuerit expoſitus, eum hoc loco declarare, non eſt operæpretium.

Tertia circumferentia, quæ illam excipit, quibuſdam tranſverſis diviſa lineis, ad murorum inclinationes explorandas inſervit. Incipit autem ab ea inclinatione, in qua cathetus ad baſin ſe habet, ut 10 ad 1. ac progreditur ad eam uſque, cujus cathetus ad baſin eſt, ut $1\frac{1}{2}$ ad 1. Uſurus hoc inſtrumento, perpendiculum ſuſpendas ex illo minuto foramine, quod ad principium ſcalæ bombardariorum conſpicitur: ac oppoſitum inſtrumenti crus applices ad murum, & obſerves, quodnam punctum filum perpendiculare tranſeat: quod ſit, exempli causâ, 7. Quare pronunciamus, murum iſtum ſic inclinatum eſſe, ut cathetus ſive perpendicularis à ſumma ejus parte ad imam baſin deſcendens, ſeptupla ſit ad eandem baſin.

Vltima circumferentia, quam nunc fuſiùs explicandam ſumemus, in 200. partes diviſa, ſcala eſt, altitudinibus, profunditatibus, ac diſtantiis metiendis inſerviens. *1. Altitudinum geodeſia.*

Ac initiò quidem diverſas rationes oſtendemus altitudinis metiendæ, facto principio ab altitudinibus ad perpendiculum erectarum rerum, ad quarum radicem acceſſus patet. Sit altitudo turris AB. à cujus ima parte B. digrediamur verſùs C. ad intervallum 100, pedum, (vel decempedarum, vel quarumcunque menſurarum aliarum.) Deinde per

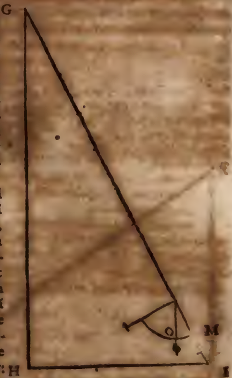


dioptras inſpiciatur cacumen A. ut ſit linea viſiva CDA. notentur que puncta, à perpendiculari filo DI. abſciſſa, quæ ſi fuerint in umbra verſa,

ſive

ſiue ea, quæ oculo opponitur, ut hoc in exemplo eſt arcus EI. 47. punctorum: di cemus, altitudinem turris AB. tot eſſe pedum, quot ſunt abſciſſa puncta, nimirum 47.

Quodſi verò filum caderet in umbram rectam, ſeu eam, quæ eſt oculo propior, quemadmodum apparet in ſequenti figura, ubi in altitudine GH. dimetienda perpendiculum abſcindit arcum MO tum per numerum abſciſſum dividenda ſunt 10000. quotiens erit altitudinis GH. menſura. Vt, ſi perpendiculum attigiſſet punctū 50. per hæc 50. dividantur 10000. Quotiens 200. altitudinis GH. menſura eſt.

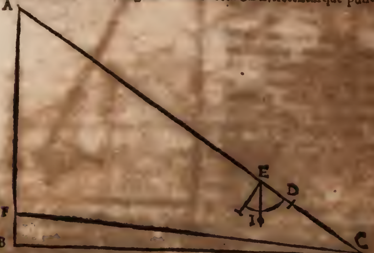


Et quia videmus, quòd perpendiculum nonnunquā ſecet illas centeſimas partes, quæ contiguæ ſunt ei cruri, in quo dioptræ ſunt; nonnunquam autem oppoſitas: (hoc eſt, quòd interdum incidat in altimetræ noſtræ ſcalæ umbrā rectā interdū in verſā) idque in ſequētib⁹ operatiōb⁹ pluribus evenire poſſit; ideo que pro regula univerſali teneatur: *Quotieſcunque perpendiculum incidit in umbram rectam, hoc eſt, eas centeſimas, quæ ſunt obſervatoris oculo contiguæ, quòd per numerum abſciſſum à perpendiculo dividere ſemper oporteat* 10000. ac de reliquo ſequi regulā præſcriptam. Et in ſeqventibus quidem exemplis perpendiculum ſemper alteras tantùm centeſimas tranſire præſupponemus.

Cæterùm ut varietas atque multitudo uſuum hujus Inſtrumenti magis perſpiciatur: modum oſtendam, quo ſupputationes laborioſiores, quæ in altimetræ ſcalæ uſu ſeſe offerunt, evitari, ac ſumma brevitate facilitatéque perfici queant, arithmeticarum linearum interventu. Et ut

ab operatione præſenti faciam initium, ſi quis ignarus arithmeticæ 10000. per abſciſſum perpendiculo numerum dividere non poſſet, ex arithmeticis lineis directè capiat 100. eáque per tranſverſum ſtatuat inter puncta illius numeri perpendiculo abſciſſi pòſt inſtrumento non variato, excipiat indidem tranſverſam diſtantiam punctorum 100 100. quam ſi directè metiamur, exhibebit altitudinem quæſitam. Vt ſi perpendiculum ſecuiſſet 77. in arithmetica linea 100. directè ſumpta, tranſversè ſtatuantur inter 77. 77. ſtatimque diſtantia punctorum 100. 100. excipiatur, quam ſi metiaris directè, continere deprehendes 130. puncta ferè. quanta ſcilicet eſt menſura propoſitæ ad metiendum altitudinis.

Alter modus altitudinis metiendæ non eſt adſtrictus ad 100. pedum diſtantiam à baſi: ſed quovis à baſi intervallo perficitur, ut exemplo ſequente pateſcet. In puncto C. metiri placet altitudinem turris AB. ſit itaque viſiva linea in faſtigium turris directa CDE; notenturque puncta



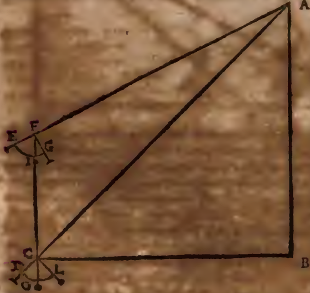
filo EI. abſciſſa, quæ cauſâ exempli ſunto 80. Deinde ex eadem ſtatione C. humilius quoddam in eadem turri ſignum, ut punctum F. per dioptras obſervemus, notando puncta filo perpendiculari abſciſſa, quæ ſunto 10. cumque minor hic numerus 10. in altero majore 80. contineatur octies, pronunciabimus ergo, diſtantiam F B. in tota altitudine BA. contineri octies. Et quia pũctum F. humilius eſt, altitudinem FB. decempe-

da

dã, vel alio menſuræ genere non difficulter explorare, atque ſic in cognitionem totius altitudinis AB. venire poterimus.

Eſt autem animadvertendum, quòd in hac geodæſia metiamur ſoiummodò altitudinem eã quæ eſt ſupra horizõte ſive finitoré obſervatoris oculi. Proinde ſi fuerit oculus obſervatoris altior baſe rei metiendæ, ad altitudinem inſtrumento repertam oportet addere tantum intervallum, quanto baſis horizon ab oculi horizonte diſtat.

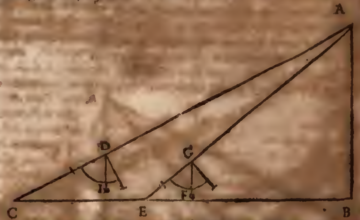
Tertius modus altitudinis explorandæ duabus indiget ſtationibus, in haſta aliqua ad perpendiculum erecta factis. Vt, in altitudine AB. metienda, primò ſtatuatur Inſtrumentum in elatiore ſtatione F. & per pinnacidia EF radius viſivus tranſeat ad rei metiendæ faſtigium A. noteturque abſciſſus arcus GI. qui ſit, exempli causâ, 50. partium. Deinde perpendiculariter te demittas ad humiliorem alteram ſtationem C. atque idem faſtigium A. conſpicias per pinnacidia DC. rurſumque obſerves abſciſſum arcum LO. qui priore major erit, exempli gratiâ punctorum 100. Tum accipias differentiam horum duorũ numerorum 50. & 100. quæ eſt 50. Atq; hæc differentia quoties continetur in majore illorum numerorũ, hoc eſt, in 100. (continetur autem hic bis) toties diſtantiam C F. contineri pronunciabim⁹ in altitudine BA. Quod ſi ergo metiamur hanc diſtantiam CF. etiam in cognitionem totius altitudinis BA. veniemus.



Quartò, ſi metiendæ cujuſdam altitudinis radicem ſeu fundum conſpicere non daretur, ut eſt altitudo montis AB. ſic procedendum eſt.

 In prima

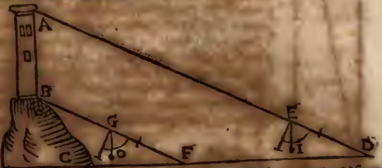
In prima ſtatione C. radius viſualis ab oculo per pinnacidia tranſeat ad montis cacumen A. notenturque partes, quas liberè pendens perpendiculum DI. abſcindit, quæ ſint exempli causâ 20. Deinde in eodem plano, 100. paſſibus propiùs ad montis radicem accedendo, ex altera ſtatione E. idem cacumen A. videatur, rurſumque partes à perpendiculo GF. abſciſſæ notentur, quæ ſint 22. Jam hi duo numeri 20 & 22. inter ſe multiplicati faciunt 440. quæ dividenda ſunt per differentiam eorundem numerorum, hoc eſt, per 2. Quotiens 220. paſſus, eſt altitudo montis, ad inveſtigandum propoſita.



Supputatio per Inſtrumentum fit hoc pacto. Minorem numerum à perpendiculo abſciſſum ex arithmeticis lineis accipias directè, ac per transverſum applices ad differentiam duorum numerorum in utraque ſtatione repertorum: præterea tranſversè ſumas alterū numerum à perpendiculo abſciſſum, quem ſi directè metiamur, exhibebit altitudinem quæſitam. Exempli causâ, ſi ſtationis utriuſque puncta forent 42. & 58. ex his minorem numerum 42. directè captum, transversè colloces ad differentiam eorundem, hoc eſt, inter 16. 16. (vel, ſi non potes, ad ejus duplum, triplum, quadruplum &c. ſit hoc loco quadruplum 64.) Deinde numerum alterum majorem 58. (vel hoc loco, ejus quadruplum 232.) exceptum transversè, metiaris directè: habebiſque 152. & unam quartam, quæ eſt altitudo ad metiendum propoſita.

Quintò poſſumus eodem Inſtrumento quamvis altitudinem explorare, cujus baſis impoſita ſit monti, vel alteri cuipiam altitudini, & utraque

utraque illius extremitas cerni poſſit quamvis infimum punctum alterius, cui imponitur, lateat, & ejuſdem infimi puncti diſtantia à loco menſoris cognita non ſit. Ut, altitudinem turris AB. monti BC. inſiſtentis exploraturus, initiò ex remotiore ſtatione D. turris apicem A. per pinnacidia videas, noteſque puncta à perpendiculo EI. ſecta, quæ, verbi gratiâ, ſint 18. Deinde in D. baculo infixo, vel alio relicto ſigno, propiùs ad turrim accedas, uſque dum baſin turris, hoc eſt, punctum B per pinnacidia obſervans, perpendiculum GO. ſecet eundem numerum 18 id quod fit in ſtatione ſecunda F. Metiaris porrò duarum ſtationum intervallum DF. quod, exempli causâ, ſit paſſuum 130. quem numerum multiplices per dicta 18. puncta: factumque 2340. dividas per 100. Quotiens 23 & duæ quintæ, eſt altitudo turris AB. in paſſibus, vel alio menſuræ genere, quod in DF. adhibitum fuit.



Per inſtrumentum fit hic epilogiſmus, abſciſſa puncta directè ſumpta, ſtatuendo transverſè ad 100. ac pòſt intervallum ſtationum exceptum transverſè, directè metiendo. Ut ſi perpendiculare filum ſecuiſſet puncta 64. & inter utramque ſtationem paſſus 146. intercederent, accipiantur 64 directè, perque transverſum applicentur ad 100. 100 atque ſic immoto Inſtrumento tranſverſum ſpatium inter 146. 146. capiatur, quod in ſcala recta dabit 91 cum dimidio circitèr: quanta ſcilicet eſt altitudo ad metiendum propoſita.

2. *Geodeſia profunditatis:*

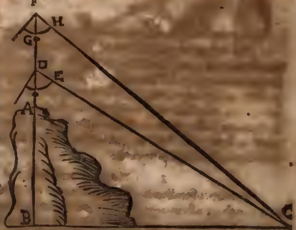
Modi profunditatis explorandæ duo ſunt: primus ad eas pertinet, quæ lineis parallelis continentur. Ut eſt profunditas putei, vel altitudo turris è ſuo faſtigio metienda. Sit, exempli causâ, puteus [illegible] parallelis AC. DB. comprehenſus. Inſtrumenti angulo ad [illegible] admoto, [illegible] radius

radius viſualis per utriuſque pinnacidii foramina transmiſſus ſtringat



puncta B C. noteturque numerus à perpendiculo ſectus, qui verbi gratiâ ſit 20. conſideretur deinde, quoties hic ipſe numerus 20. contineatur in 100. ac toties latitudinem B A. contineri pronunciabimus in profunditate BD.

Alter modus attinet illas profunditates quarum pars ima ſub aſpectum non cadit., Ut, ſi montis A B. altitudinem, ſive lineam perpendicularem, quæ ex ejus cacumine in horizõtem ſubjectæ planitiei demittitur, explorare placet, eſt neceſſe, duas ſtationes in una linea perpendiculariter erecta adhiberi: quarum ſublimior ſit in aliqua turri, vel arbore, vel altiore domo, ubi ex puncto F. per pinnacidia FH. ſignum aliquod, ut C. in planitie ſubjecta obſervetur, notenturque puncta ſilo FG. ſecta, quæ ſunto 32. Deinde ad inferiorem ſtationem D, demiſſus, idem ſignum C. per pinnacidia DE. intuearis, itidemque ſecta ſilo puncta notes, quæ ſint 30. Horum duorum numerorum differentia [illegible] quoties continetur in minore numero 30. (continetur autem hoc loco 15.) toties differentiam ſtationum FD. conti-

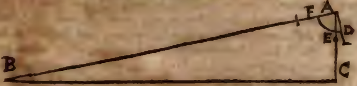


neri pronunciabim⁹ in linea DB. Quod ſi ergo FD. lineam in certo menſuræ genere cognitam habeamus, inde quoque magnitudinẽ DB. nõ difficulter eliciemus. Ut, ſi FD. ſit 10. paſſuum, DB. continebit paſſus 150, unde ſubtractâ ſtationis inferioris altitudine DA. relinquetur

quetur altitudo montis quæſita AB.

3. *Geodæſia diſtantiarum.*

Ratio diſtantiæ metiendæ ſequitur. Et primò quidem fluminis latitudinem, ut CB. ex elatiore aliquo ripæ loco A. ita dimetiemur, ut ex puncto A. radius viſivus per latus AF. tranſeat ad præfixum in oppoſita ripa terminum B. noteturque abſciſſa umbra DE. quæ ſit, verbi gratiâ, 20. punctorum: qui numerus quoties continetur in tota ſcala 100. (continetur autem quinqvies) toties altitudinem AC. contineri dicemus in latitudine CB. Unde, ſi AC. 10. pedum foret, eſſet hic numerus multiplicandus per 5. & haberetur fluminis latitudo CB. pedum 50.



2 Si cognita fuerit in pedibus aut paſſibus altitudo turris, ex qua geodæſiam inſtituimus, in diſtantiæ cognitionem hoc modo venietur. Ponamus, altitudinem eſſe 23. pedum: & à perpendiculari filo deſignari 63. Porrò in regula proportionum primo loco ſemper collocari debet umbra abſciſſa, ut hic 63. ſecundo loco ſcala tota 100. tertio denique altitudo ſtationis noſtræ, ut in hoc exemplo 123. Operatione peracta, prodibit quartus proportionalis 195. & una quarta circitèr: quæ eſt diſtantia ad quærendum propoſita. Eſt autem obſervandum, à filo perſtringi ſcalæ umbram oculo viciniorem: id quod ſemper eveniet, quando diſtantia altitudine maior eſt.

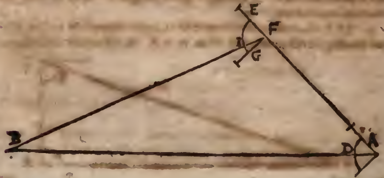
3 Eſt & alia metiendæ diſtantiæ ratio, cujus exemplum accipe. Placet inveſtigare diſtantiam AB. Primùm in A. ita collocetur Inſtrumen-



tum

tum ſecundùm planitiem ſuam, ut ejus unum latus ſpectet ſignum B. alterum angulo recto dirigatur versùs C. Deinde in infinita linea A C. ſumantur 100. vel pedes, vel aliud menſuræ genus, & cùm in A. tum C. figatur baculus. Tum in altera ſtatione C. Inſtrumentum rurſus accommodetur ita, ut ejus unum latus primam ſtationem A. ſpectet, & ex C. ad dictum ſignum B. radius viſivus tranſmittatur, & ſectum ab eodem umbræ punctum notetur, quod ſit E. Quo numero dividantur 10000. quotus deſignabit pedes aut paſſus propoſitæ latitudinis A B.

4. Quod ſi verò non eſſet integrum, in aliqua linea, quæ cum altera rectum angulum conſtituit, 100. paſſibus progredi, aliâ incedendum eſt viâ. Vt ſi ex puncto A, diſtantiam AB. metiri placeret, nec poſſemus ſtationem ſecundam eligere in alia linea, quàm in A E. quæ cum AB ut patet, angulum acutum facit: nihilominus id, quod volumus, aſſequemur, ſi ſtatuatur inſtrumentum ita, ut ejus unum latus cum ſtationum linea AF. coincidat: & hoc inſtrumenti ſitu nihil variato, viſûs aciem ex A. intendas ad B. notéſque puncta in D abſciſſa, quæ ſint, exempli causâ 60. Deinde figas baculum in A. itémque alium in linea A E. qui ab illo diſtet paſſib⁹ 100. ut in puncto ſecundæ ſtationis F. ubi rurſum ita ſtatuas inſtrumentum, ut ejus latus EF. dirigatur ad baculum primæ ſtationis A. & ex angulo F. ad idem ſignum B. radius viſualis tranſeat, qui abſcindat umbram GI. v. g. 48 punctorum. Iam ex hiſce duobus numeris 60. & 48. diſtantiam AB. reperturus, multiplica primùm 60. in ſe, facto 3600. adde 10000. ſumma 13600. cujus radicem quadratam 117. circitèr per 100. multiplica. factum 11700. divide per differentiam primorum duorum numerorum 60 & 48. hoc eſt, per 12. quotus 975 deſignat paſſus quæſitæ latitudinis AB.



Supputatio per inſtrumentum quomodo fiat, ſeqvens exemplum docebit. Sint puncta abſciſſa per viſuales radios in utraque ſtatione 74 & 36. Accommodes Inſtrumentum ſic, ut arithmeticæ lineæ rectum angulum efforment: id quod fiet, ſi 100. ex iiſdem directè ſumpta, tranſverſè per circinum ita ſtatuas, ut crus unum conſiſtat in 80. alterum in 60. (atque hæc regula, lineas arithmeticas in angulum rectum conjungendi, probè teneatur ad alios etiam uſus.) Quo facto, ſumas diſtantiam tranſverſam inter 100. & majorem numerum à viſivis radiis abſciſſum, qui hic eſt 74. quam diſtantiam p transverſum ſtatuas inter 38.38. quæ eſt differentia duorum, quos dixi, numerorum 74. &36 Quod ſi propter parvitatem hujus numeri fieri non poteſt, ſumas ejus duplum, triplum, vel quadruplum. Hic exempli causâ, accommodetur ad triplum, hoc eſt, inter 114. 114. ſtatimque ſumatur diſtãtia tranſversa punctorum 100. 100, quam ſi directè metiaris, & ſemel, bis, ter, vel quater ſumas, (prout diſtantiam dictam inter differentiam vel ſimplicem, vel duplicatam, triplicatamve &c: ſtatueris) exhibebit quæſitam diſtantiam. Ut in hoc exemplo dicta tranſverſa diſtantia in ſcala recta punctorum eſt 109 qui numerus triplicatus dabit 327. quanta ſcilicet eſt ad metiendum propoſita diſtantia.

5. Ratio jam conſideranda venit metiendi à nobis remotiorum locorum intervallum. Ac initiò modum exponemus, qui tum adhibetur, ſi locus uterque in eadem recta linea ſitus à nobis ex aliquo loco conſpici poteſt. Sit, exempli causâ, locorum BA, intervallum explorandum, quorum uterque in eadem recta linea CBA, viſui noſtro ſeſe offert. Initiò ſtatuatur inſtrumentum in C. ſic, ut per unius lateris dioptram exiens

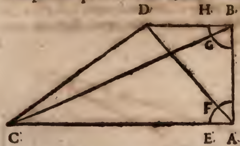


ardius, utrum que datum locum AB. pertranſeat. Deinde in linea viſiva

G 2 per alterius

per alterius lateris dioptram versùs D. exeunte, ſpatium CD. ſumatur pedum 100. figanturque baculi in D. & C. Tum ad alteram ſtationem D. tranſgreſſi, rurſum ita collocemus Inſtrumentum, ut unum ejus latus cum DC. ſtationum lineâ coincidat: tranſeant autem ex angulo D. viſuales radij ad utrumque locum B. & A. & ab iiſdem abſciſſi numeri notentur, qui ſint, verbi gratia 25. & 20. per quos dividantur 10000. eritque quotiens primus 400. ſecundus 500. quorum differentia 100. eſt diſtantia BA. quæſita.

6. Si verò diſtantia metienda foret inter duo loca C. & D. in tranſverſum ſita, ſic ut recta CD. producta, per pedes menſoris non tranſeat: initiò in ſtatione prima A. per foramina pinnacidiorum conſpiciatur punctum C. ſecundùm lineam AEC. Deinde radio viſivo per F. in alterum punctum D. transmiſſo, notetur abſciſſa umbra FE. quæ ſit verbi gratiâ punctorum 20. & per Inſtrumenti ſic immoti latus alterum acies dirigatur versùs ſecundam ſtationem B. Tum in A. infixo baculo, itémque alio in linea AB. tantiſper in hac ipſa linea recta AB. procedatur, donec per inſtrumenti latus unum radius viſivus in punctum D. ſimulque per latus alterum in punctum A. tranſeat, id quod fit in puncto B. ex quo radius dirigatur ad C. noteturque abſciſſa umbra GH. punctorum v. g. 15. Tandem exploretur intervallum duarũ ſtationum A B. quod ſit, exempli causâ 160. paſſuum. Iam præcognitis hiſce, ſupputatio ſic inſtituitur. Primò numerus paſſuum, interjectorum utrique ſtationi, hoc eſt 160. multiplicatur per 100. factus 16000. dividendus eſt ſeparatim per utramque repertã umbram 20. & 15. Quotientes ſunt 800. & 1067. quorum differentia 267. in ſe multiplicata, facit quadratum 71289. cui addendum eſt quadratum dictorum 160. paſſuum, quod naſcitur ex hoc numero in ſe ipſum ducto: eſtque 25600.

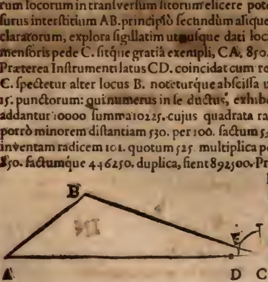


Horum quadratorum ſumma eſt 96889. cujus quadrata radix 311. paſſus arguit inter C. & D. interceptos.

Supputatio hæc per Inſtrumentum ut fiat, exemplo ſequente manifeſtum reddetur. In utraque ſtatione fuerint umbræ repertæ 60. &

34. ſtationum autem intervallum eſto 116. paſſuum. Jam in operando ſemper è lineis arithmetricis accipias 100. directè, eademque per tranſverſum applices umbræ majori, quæ hîc eſt 60. ſtatimque per tranſverſum item excipias numerum paſſuum, qui hîc eſt 116. & hoc ipſum intervallum accommodes transversè ad alteram minorem umbram 34. vel ſi id non potes, ad ejus duplum, triplum, quadruplum &c. prout commodum tibi videbitur: applicetur jam ad quadruplum, hoc eſt, inter 136. 136. Quo facto, per transverſum excipe differentiam duarum umbrarum, quæ hoc loco eſt 26. vel etiam ejus duplum, triplum, quadruplum &c: prout paulò antè fuit applicatio facta. Ut in exemplo noſtro ſumendum eſt quadruplum 104. atque hæc diſtantia directè metienda, ubi continere depræhendetur 148. quem numerum cuſtodi memoriâ: tandemque lineas arihmeticas juxta rationem, quam ſupra tradidimus, ita ſtatue, ut in angulum rectum coëant. Quo facto, cape transverſum intervallum inter eum numerum, quem modò memoriâ tenendum diximus, & numerum paſſuum, hoc eſt, inter 148. & 116. quod ſpatium directè ſi metiaris, invenies 188. quanta præcisè eſt diſtantia quæſita DC.

7. Tandem ſi ad alteram ſtationem, prout in operatione præcedente requirebatur, progredi non liceret, alio tamen modo diſtantiam duorum locorum in tranſverſum ſitorum elicere poterimus. Ut ex C. menſurus interſtitium AB. principiò ſecundùm aliquem modorum ſuprà declaratorum, explora ſigillatim utriuſque dati loci A. & B. diſtantiam à menſoris pede C. ſitque gratiâ exempli, CA. 850. & CB. 530. paſſuum. Præterea Inſtrumenti latus CD. coincidat cum recta CA. & ex angulo C. ſpectetur alter locus B. noteturque abſciſſa umbra DE. verbi gratiâ 15. punctorum: qui numerus in ſe ductus, exhibet quadratum 225. cui addantur 10000 ſumma 10225. cujus quadrata radix eſt 101. Multiplica porrò minorem diſtantiam 530. per 100. factum 53000. divide per modò inventam radicem 101. quotum 525. multiplica per majorem diſtantiam 850. factumque 446250. duplica, fient 892500. Præterea multiplica ſigillatim dictas duas diſtantias, unamquamque in ſe ipſam: facti 722500. & 280900. additi ſummam conſtituunt 1003400. ex qua



G 3 ſubtrahendum

IN TRACTATUM DE PROPORTIONUM INSTRUMENTO, Notationes

Mathiæ Berneggeri:
quibus

1 Inſtrumenti artificioſa conſtructio atque diviſio docetur è fundamentis Geometricis:

2. Demonſtrationes & fundamenta ſingulorum Problematum Galilæicorum traduntur:

3. Uſus ulterior in reſolvendis Euclideis & aliis problematibus compluribus oſtenditur.

NOTATIONUM PARS PRIMA,

qua Proportionum Inſtrumenti fabrica edocetur.

AUtor Inſtrumenti, fabricæ rationem in præcedente tractatu conſultò omiſit. Ejus enim inſtitutum fuit, ad praxin tantùm, ac Inſtrumenti jam fabricati uſum ſuos diſcipulos deducere, atq; adeò iis conſulere, qui τὸ διότι in geometria diſcere vel nolunt, vel nequeunt.

Verumtamen ut iis etiam inſerviatur, qui ex integro tam nobile Inſtrumentum cognoſcere ſatagunt, nec ad imitationem fabrefactis temerè fidunt: oſtendam, quo pacto ipſi debeant operi manum admovere, ac ſingularum Inſtrumenti linearum partitionem exactam & artificioſam inſtituere.

Fiant igitur ex orichalco, vel aliâ materia ſolida, curvaturæ non obnoxia, duæ regulæ, prorſum æquales: quarum magnitudo etſi arbitraria eſt, commodum tamen fuerit, unius pedis longitudinem, duorum digitorum latitudinem eas habere. Utraq; autem regula ex altera ſua extremitate tanquã centro deſcriptos circulos habeat, æquales, qui ſibi per ἐφάρμωσιν imponantur, atq; clavo aliquo tereti ſic conjungantur, ut regulæ circa eum uniformiter moveri, et, prout opus eſt, conſtringi ac dilatari queant: ita quidem, ut maxima dilatatione facta, regulæ conſiſtant ἐπ' εὐθείας, hoc eſt, unam rectam duorum pedum lineam conſtituant.

Obſervandum autem, quia propter dictos duos circulos, linearum diviſiones in altera regula non poſſunt ad ipſum uſq; centrum excurrere; videri conſultum, ut in planitie regularum dicto modo conjunctarum, congruè affigantur aliæ duæ laminæ rectangulæ, ſic ut utriusq; anguli in centro conveniant: iisq; diviſiones linearum inſcribantur. Idquod in arithmeticis potiſſimùm lineis perquam commodum eſt. Sic enim inde minimos

quoſque numeros, atq; adeò ipſam unitatem potuimus excerpere; quod aliàs non niſi per ambages præſtare licet.

Ad ipſarum porrò linearum dividendarum rationem ut accedamus, eſt quidem ea hujus Inſtrumenti præſtantia & amplitudo, ut plurimæ lineæ quomodocunq; diviſæ, eidem inſcribi poſſint, quarum adminiculo datam quamcunq; aliam lineam dividere poſſumus eâdem proportione, quâ illæ diviſæ ſunt. Verùm quia hæc omnes perſequi, foret infinitum: & proprio Marti atq; induſtriæ aliquid eſt relinquendum, quâ quivis facilè plurimos alios præclari hujus Inſtrumenti uſus, ac diviſiones, quando id res poſtulaverit, cogitando inveniet: præcipuas ſolummodò, & præter autoris, unam inſuper atq; alteram adducemus. Et quamvis ex Inſtrumenti centro ſingularum diviſionum ſingula paria in utraq; regula ſic ducuntur, ut in extrema Inſtrumenti parte à medio plani diſtent æqualiter: quia tamen utrinq; diviſionis eadem eſt ratio, in ſingulis partibus unius tantùm lineæ mentio fiet: confuſionis etiam vitandæ causâ quæq; linea literis Alphabeti ſignabitur, prout in typo æneâ laminâ expreſſo cernitur.

1. Arithmetica linea, quæ præfert literam A.

Ut uſu frequentior eſt, ita primum locum tenet Arithmetica linea, ſic dicta, cùm ſecundùm arithmeticam proportionem, hoc eſt, cum exceſſu æquali, & in quotcunq; pro arbitrio particulas æquales dividatur: quas plures eſſe prodeſt, quantum quidem Inſtrumenti longitudo permittit. Sunt, qui 100. ſunt, qui 200. particulas faciunt. Autor 250. conſtituit. Quamvis autem hæc in æquas partes diſtributio in hujuſmodi quidem compoſitis numeris & vulgaris eſt, & facilis: commodiùs tamen ab eo perficietur, qui doctrinam de numero primo & compoſito, itemq; de primis cujusq; numeri diviſoribus inveniendis probè tenuerit: quam à Ramo lib. 1. Arith. cap. 7. traditam, nec ab inſtituto noſtro magnoperè alienam, ἐν παρόδῳ hîc inter ſeremus.

Eſt itaq; numerus primus is, qui ab alio numero, præterquam à ſeipſo, dividi non poteſt. Cujuſmodi ſunt, 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31.

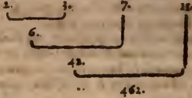
37.

37. 41. 43. 47. &c. *Numerus compoſitus contrà eſt, qui ab alio quoq; dividitur. Ut 4. eſt compoſitus, quia dividi poteſt per 2. Ita 6 per 2. vel 3. Ita 12. per 2. 3. 4. & 6.*

Inveniuntur autem primi diviſores compoſitorum numerorum, ſi datus compoſitus à minimo, quoad fieri poteſt, Primo dividatur: quotus hic vel per eundem Primum, vel per ſequentem aliquem uſq; eò dividatur, donec Quotus etiam habeatur Primus. Sit, exempli causâ, datus Compoſitus 462. cujus primos diviſores oporteat invenire. Dividatur iſq; datus initiò per 2. quotus erit 231. qui rurſum diviſus per ſequentem Primum 3. quotum exhibebit 77. qui porrò non per immediatè ſequentem Primum 5. (nec poteſt enim) ſed per 7. diviſus, dabit Quotum 11. & ipſum Primum.

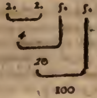
462	231	77	11
2	3	7	

Habet ergo datus Compoſitus quatuor hoſce Primos diviſores, 2. 3. 7. 11, ex quibus continuè in ſe multiplicatis ille ipſe efficitur.



Ut igitur ad inſtitutum revertamur, quando lineam propoſitam dividere placet in 100. particulas æquales, priùs quærantur primi diviſores hujus numeri: qui tradito modo deprehenduntur eſſe 2. 2. 5. 5.

100	50	25	5	1
2	2	5	5	



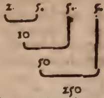
Unde colligo, lineam propoſitam eſſe primò dividendam in duas partes æquales; & harum utramvis iterum in duas: & harum quamlibet in 5. harum quintarum quamlibet iterum in 5. prout primi diviſores ordine ſibi

 ſuccedunt;

ſuccedunt: eritq́; tota linea in petitas 100. particulas diſtributa. Ita ſi eandem diſtribuere jubeamur in 1000. partes, quæſitis prius hujus numeri primis diviſoribus, qui ſunt 2. 2. 2. 5. 5. 5. fiet primò diſtributio in duas æquales partes: deinde cujusq; iterum in duas, &c: juxta diviſorū ordinem: & habebuntur partes petitæ.

Sic 250. qui numerus pro pedali noſtro Inſtrumento videtur eſſe commodiſſimus, diviſores primos habet, 2. 5. 5. 5.

250	125	25	5
2	5	5	



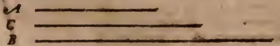
Eſt ergo diſpeſcenda linea primùm in partes duas: harum unaquæq; ſubdividenda in 5. qua ὑποδιαιρέσει quinariâ ter repetitâ, erit Arithmetica linea ad uſum parata. Quanquam Primorum diviſorum ordinem in diſtribuendo præcisè teneri, nihil eſt neceſſe: poteſtq́; vel ultimus, vel intermedius aliquis Diviſorum primo loco ſumi.

Porrò ex linea ſic diſtributa excerpatur longitudo primò undecim, deinde 101. talium particularum, & in Inſtrumenti plano ad latus utraq; deſcribatur, & illa quidem in 10. hæc in 100. partes æquales diſtribuatur. Has duas lineas in typo ſub literis X. & Z. expreſſimus: quarum uſus in tertia notationum parte tradetur.

2. Linea Geometrica
ſub lit. B.

Habet hæc linea ſimilium planorum homologa latera ab unitate ordine naturali aſcendentia, quousq; libuerit: autori quidem ad 50. nob' u-tem, ſiquidem Inſtrumenti longitudo patitur, uſq; ad 100. Fabrica ſic eſt, Quia 100. Quadratus numerus eſt, cujus radix 10. ergo totam lineam in partes decem æquales dividito: ſingulisq́; punctis quadratos numeros. 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. adſcribito: vel eadem ſtellulâ, ſive alio charactere, à cæteris diſcernito, ut in typo factum vides. Habitis jam principalibus numerorum quadratorum lateribus, intermedia veniunt inveſtiganda: quod ratione triplici fieri poteſt. Primò quidem quia è prop. 19. & 20. libri 6.

libri 6 & ex 11. & 18. prop. lib. 8. Euclidis conſtat, plana ſimilia duplicatam habere rationem homologorum laterum, hoc inde conſectarium deducitur: ſi tres rectæ ſint continuè proportionales, erit, ut prima recta ad tertiam, ſic prima figura ad ſecundam ſimilem ſimiliterq́ue ſitam. Quare, quantùm planum datum eſt augendum, tantùm latus ipſum augeatur; & inter idem plani latus, & latus auctum, inveniatur media proportionalis per prop. 13. lib. 6. quæ erit aucti plani latus petitum. Reperturus ergo latus quadrati dupli ad primum, primi quadrati latus A. fac duplum, ut ſit B. jam inter A. & B. media proportionalis invenitur C. cujus quadratum eſt duplum ad primum.



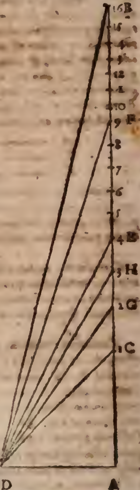
Eadem eſt ratio reperiendi quadrati ad primum tripli, quintupli, ſextupli, ſeptupli, octupli, decupli &c: Quadrupli autem, noncupli, ſedecupli &c: quadrati latera jam habentur in ſuprà dictis principalibus numerorum quadratorum punctis.

Ceterùm hic modus, etſi geometricus, & in theoria demonſtrativus eſt, in praxi tamen lapſui & errori multiplici ſubjacet, præſertim in majoribus quadratis ex primo inveniendis: adhæc ob prolixitatem operationis, tædio non caret. Qui ſequitur, minore pomœrio finitur.

Penultima primi lib. Euclidis docet, hanc eſſe naturam Orthogonii trianguli, ut ὑποτείνουσα ſeu latus oppoſitum angulo recto æquè poſſit cruribus, hoc eſt, quadratum hypoteinuſæ ſit æquale quadratis crurum ſimul ſumptis. Unde mechanicum eſt artificium inventionis diametrorum omnium, primam ſequentium, è data ſolius primæ diametri quantitate continua, tale. Eſto diameter primi circuli, vel latus primi quadrati (eſt enim perinde) A D. cui æqualis linea A C. ἐπ' ὀρθὰς, ſive ad angulos rectos inſiſtat, & infinitè continuetur, ut ſequentium diametrorum deſignationem excipere queat. Deinde termini C. & D. per rectam C. D. connectantur, ut triangulum prodeat rectangulum C A D. habens crus A C. unius ſimplicis quadrati latus, itemq́ue crus A D. ſimplicis: & ob id hypoteinuſa ſeu latus angulum rectum ſubtendens C D. æquè potens utrique

erit latus quadrati duplicati. Intervallum porrò C D. transponatur ad lineam infinitè continuatam, ex A. in G. unde connexis D G. terminis, trigonum prodit, cujus baſis D G. latus ſuppeditat A H. quadrati triplicati, quia crura A D. & A G. conjunctim, tria prima quadrata ſuppeditant, illud unum, hoc duo. Sic trianguli A D H. baſis D H. eſt latus quadrati ad primum quadrupli: & baſis D E. eſt quintupli quadrati latus. Perpetuò namq; baſios potentia, crurum potentiæ reſpondet, & quaq; hypotenuſa proximè inſequentis quadrati latus eſt. Quæ praxis eodem ſemper modo continuari poteſt, præſertim in intermediis non-quadratorum numerorum punctis inveniendis. Nam reliqua cardinalia numerorum quadratorum puncta, ut E. F. B. &c; certiùs cognoſcuntur, ſi primum latus A C. paribus intervallis continuetur: prout in ſtructura regulæ cylindrimetricæ fieri vulgò conſuevit: quæ res notior eſt, quàm ut hic prolixiùs exponenda videatur.

Veruntamen & hunc modum ſecundum, qui ſequitur tertius ἀκριβείᾳ ac certitudine longè ſuperat: qui nititur ope tabulæ cujuſdam vulgò notæ radicum quadratarum, è qua ſine negotio radices uniuscujusq; quadrati ab 1. ad 100. exſcribi, ductâq; ſectionis millenaria vel centenariæ lateris quadrati primi in lineam propoſitam ordine transferri poſſunt: qualis ab Erhardo Helm, & Simone Iacobæo, & noviſſimè à Ioanne Hartmanno Beyero, Doctore Medico, Francof. Reip. civibus ac Mathematicis honoratiſſimis eſt propoſita: quam in hunc librum, quoad inſtitutum pertinet, abjectis poſtremis ad dextram notis transferre viſum eſt.



Canon

Canon laterum quadratorum integrorum, ordine ab unitate ſe conſequentium, in partibus decies milleſimis.

Ordo quadratorum.	Radices ſingulorũ quadratorũ, aſſumpto primo quadrato 10000	Ordo quadratorum	Radices	Ordo quadratorum	Radices	Ordo quadratorum	Radices
1	100	26	510	51	714	76	872
2	141	27	520	52	721	77	878
3	173	28	529	53	728	78	883
4	200	29	539	54	735	79	889
5	224	30	548	55	742	80	894
6	245	31	557	56	748	81	900
7	264	32	566	57	755	82	906
8	283	33	574	58	762	83	911
9	300	34	583	59	768	84	917
10	316	35	592	60	775	85	922
11	332	36	600	61	781	86	927
12	346	37	608	62	787	87	933
13	361	38	616	63	794	88	938
14	374	39	624	64	800	89	943
15	387	40	632	65	806	90	949
16	400	41	640	66	812	91	954
17	412	42	648	67	819	92	959
18	424	43	656	68	825	93	964
19	436	44	663	69	831	94	970
20	447	45	671	70	837	95	975
21	458	46	678	71	843	96	980
22	469	47	686	72	849	97	985
23	480	48	693	73	854	98	990
24	490	49	700	74	860	99	995
25	500	50	707	75	866	100	1000

Præcedens autem quadratorum laterum extructus eſt aſſumpto quadrato primo ſimplici partium 10000. unde duplum quadratum erit partium 20000. triplum 30000, quadruplum 40000. quintuplum 50000. &c: quorum deinde quadratorum radices quæruntur per uſitatam analyſin. Ut dupli quadrati radix eſt 141. tripli 173. &c: prout in canone cernitur.

Uſurus igitur hoc canone ad fabricam geometricæ lineæ, totam initio lineam in aliqua denſa charta vel planitie alia deſcriptam ſeca in decem æquales partes, ſiquidem eam centum quadratorum latera continere deſideras; quæ decimæ, ſunt diametri cardinales, ſeu mavis latera cardinalia quadratorum 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. Porrò qualibet decima, vel certè una ex iſtis, id quod ſufficiet, in centum particulas quidem ſecanda foret: verùm quia propter exiguitatem intervalli centenaria ſectio nequit inſtitui, fiat ſectio in partes 10. & harum decimarum qualibet attentâ oculi æſtimatione in decem particulas alias dirimatur.

Ut autē inventio ſingulorum laterum, quæ canonis fit ope, rectiùs intelligatur, exemplū adſcribā unum atq; alterum. Latus ſecundi quadrati, quod eſt duplum ad primum, in canone reperitur 141. Quibus numeris innuitur, quantitatem propoſiti lateris eſſe longitudinem conſtantem unâ decimâ totius lineæ, ſeu una principali diametro, & præterea 41. centeſimis ex una decima: quarum centeſimarum 40. quidem ex diviſa linea præciſè accipi queunt: una verò, quæ reſtat, oculorum æſtimationi relinquitur.

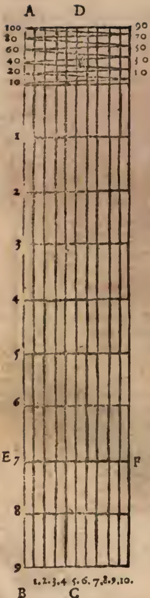
Sic triplicis quadrati latus canon ſuppeditat 173. quæ eſt quantitas conſlata ex una principali diametro, ſeu una decima totius lineæ: & præterea 73. centeſimis unius diametri principalis ſeu unius decimæ.

Quadrati quarti latus jam antē lineæ inſcriptum eſt, ſecundo cardinali puncto.

Quinti quadrati latus extat in canone 224. quæ eſt quantitas, ultra duo cardinalia puncta extendens ſe ad 24. centeſimas unius decimæ, ſeu unius diametri cardinalis. Sicq; deinceps, quousq; libet, pergendum eſt. Quanquam ſi ultra decimam diametrum aſcenderis, diametros reliquas ut ſigillatim quæras, non eſt operæ pretium. Sufficit, quinaria diviſione progredi, ac interjecta ſpatia in quinq; partes æquales diſpeſcere: Nullus enim error ſenſibilis hoc pacto committi poteſt.

Cæterùm & hæc, & hujuſmodi aliæ diviſiones quàm commodiſſimè

ſimul



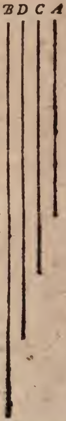
ſimul & exactiſſimè poſſunt inſtitui per ſubdiviſionem tranſverſalem, cujus typum hic damus. Quam rationem Lipſiæ in adoleſcentia ſe didiciſſe profitetur Aſtrorum conſultiſſimus ille Tycko Brahe in Aſtronomiæ inſtauratæ Mechanica circa finem: quamq́ꝫ, licèt rectilineis parallelogrammis propriam, arcubus tamen etiam in inſtrumentis aſtronomicis fecit accommodam. Sapienti ſat dictum erit, ſi uno tantùm exemplo res declaretur. Inveſtigare jubeamur latus quadrati quinquageſimi quarti, quod canon exhibet 735. Fingamus, Inſtrumenti noſtri dividendam lineam æquari adnotati parallelogrammi lineæ AB. Iam parallelogrammum per tranſverſas parallelas ſecatur in decem partes æquales, ac decima ſuprema per tranſverſas obliquas ſecatur in centum æquales partes ut patet. Hinc ergo excerpturus 735. partes, unum circini crus imponito iſti puncto, quod eſt in ſeptima parallela, ubi linea EF. & DC. ſe mutuò ſecant: alterumq́ꝫ crus rectâ ſurſum expandas ad literam E. Sic enim habebis magnitudinem petiti lateris, quadrati 54. conſtantem cardinalibus 7. diametris (quas ſemper prima ad ſiniſtram nota deſignat) & præterea 35. centeſimis. Quæ ipſa cæterorum quoq́ꝫ laterum quærendorum, & in lineam transferendorum ratio eſt: modò parallelogrammi longitudo exactè cum longitudine propoſitæ ad dividendum lineæ congruat: latitudo autem eſt arbitraria.

Linea Stereometrica,

ſub lit. C.

Ut precedens Geometrica linea Quadra-

torum, ita hæc Stereometrica cuborum latera, ſeu mavis ſphærarum diametros, aut quorumvis corporum ſimiliũ homologa latera, ſerie naturali ab unitate, quouſq; libuerit, aſcendentia cõtinet. Autor quidẽ continuavit uſq; ad 140. in noſtro verò typo ad 216. uſq; ſectio hæc eſt producta: qui numerus verè cubicus eſt, cujus radix 6. quare totam lineam ad dividendum propoſitam in ſex partes æquales ſecato: quæ puncta, ſegmentorum cardinalium intervalla monſtrant; quibus aſſignantur hi numeri cubici, 1. 8. 27. 64. 125. 216.



Cæterùm interjecta cardinalibus puncta difficiliori làbore quæruntur. Oportet quippe primum cubum, duplicare, triplicare &c: atq; augere ordine uſq; ad 216. quæ auctio ut in planis effici non poteſt ſine inventione mediæ proportionalis inter duas rectas propoſitas, quam inventionem Euclid. lib. 6. prop. 13. nobis tradidit: ita eadem in ſolidis figuris abſolvi nulla ratione poteſt, niſi inter duas rectas datas duæ mediæ proportionales inveniantur: quod quamvis nemo ad hunc uſq; diem verè ac geometricè præſtiterit: tamen mechanicos modos aliquot ex Herone, Apollonio Pergæo, Philone Byſantio &c: Clavius adducit lib. 6. Geom. Pract. cap. 15.

Quodſi ergo jam duplicare velis primum cubum; ejus latus A. quod dicta cardinali diviſione jam obtines, duplica: & inter idem latus A. ac latus duplum B. duas medias proportionales C. D. reperi: eritq; prior media proportionalis C. latus cubi duplicati, ex corollario prop. 33. lib. 11. Euclid.

Sic in ſequentium cuborum quærendis lateribus progrediendum, ut nimirum, quantum cubus primus eſt augendus, tantum ipſius latus unum augeatur, duæq; mediæ proportionales inter iſta reperiantur.

Verùm & hoc labore omni ſublevabit, & viam expeditiorem nobis monſtrabit, quæ ſequitur, tabula radicum cubicarum, quam iiſdem, quibus & ſuperiorem, autoribus acceptam ferens, quantum ad inſtitutum pertinet, huc tranſcribendam duxi.

Canon laterum cubicorum, ordine ab unitate ſe conſequentium, poſito cubo primo partium 1000000.

Ordo cuborum	Radices	Ordo cuborum	Radices	Ordo cuborum	Radices
1	100	28	304	6	382
2	126	29	307	7	385
3	144	30	311	8	387
4	159	31	314	59	389
5	171	32	317	60	391
6	182	33	321	61	394
7	191	34	324	62	396
8	200	35	327	63	398
9	208	36	330	64	400
10	215	37	333	65	402
11	222	38	336	66	404
12	229	39	339	67	406
13	235	40	342	68	408
14	241	41	345	69	410
15	247	42	348	70	412
16	252	43	350	71	414
17	257	44	353	72	416
18	262	45	356	73	418
19	267	46	358	74	420
20	271	47	361	75	422
21	276	48	363	76	424
22	280	49	366	77	425
23	284	50	368	78	427
24	288	51	371	79	429
25	292	52	373	80	431
26	296	53	376	81	433
27	300	54	378	82	434
		55	380		

Ordo cub.	Radic.	cub.	Radic.	Ordo cub.	Radices	Ordo cub.	Radices
83	436	117	489	150	531	184	569
84	438	118	490	151	533	185	570
85	440	119	492	152	534	186	571
86	441	120	493	153	535	187	572
87	443	121	495	154	536	188	573
88	445	122	496	155	537	189	574
89	446	123	497	156	538	190	575
90	448	124	499	157	539	191	576
91	450	125	500	158	541	192	577
92	451	=	=	159	542	193	578
93	453	126	501	160	543	194	579
94	455	127	503	161	544	195	580
95	456	128	504	162	545	196	581
96	458	129	505	163	546	197	582
97	459	130	506	164	547	198	583
98	461	131	508	165	548	199	584
99	463	132	509	166	549	200	585
100	464	133	510	167	551	201	586
101	466	134	512	168	552	202	587
102	467	135	513	169	553	203	588
103	469	136	514	170	554	204	589
104	470	137	515	171	555	205	590
105	472	138	517	172	556	206	591
106	473	139	518	173	557	207	591
107	475	140	519	174	558	208	592
108	476	141	520	175	559	209	593
109	478	142	522	176	560	210	594
116	479	143	523	177	561	211	595
111	480	144	524	178	562	212	596
112	482	145	525	179	563	213	597
113	483	146	526	180	565	214	598
114	485	147	528	181	566	215	599
115	486	148	529	182	567	216	600
116	488	149	530	183	568	=	=

Eſt autem ejus tabulæ πρόθεσις inde deſumpta. Cubus primus aſſumitur partium 1000000. Ergo cubus ſecundus erit 2000000. tertius 3000000. & ita conſequenter; è quibus deinde cubis radices extrahuntur, quæ ſunt illæ ipſæ, quas canon exhibet; radix nimirum ſecundi ſeu duplicati cubi 126. triplicati 144. &c.

Hæc autem cubica latera eodem planè modo ex canone transferuntur in lineam propoſitam, quo ſuperiùs quadratorum latera deſcribenda eſſe traditum fuit. Quippe & hic una è principalibus illis ſex diametris, in quas totam lineam ſecandam diximus, diſpeſcitur in particulas æquales decem, & quævis decima in decem alias dirempta concipitur. Vel potiùs una ex iiſdem principalibus ſex diametris ope parallelogrammi ſuprà traditi in 100. particulas actu ſubdividitur: hincq; ſingulorum cuborum principalibus interjectorum latera lineæ ſtereometricæ imprimenda depromuntur.

Veruntamen quia in pedali noſtro Inſtrumento ſpatia punctis interjecta, nimis evadunt anguſta, ſi ultra centeſimum cubum aſcendas: reliqua ultra centeſimum puncta non omnia ſunt imprimenda: ſed ſecundum quodq;, vel plura etiam omittenda.

Linea Metallica,
lit. D.

Sic appellare viſum eſt Autori lineam hanc, quia metallicorum corporum ad invicem proportiones continet. Quamquam in uſum atq; gratiam Bombardariorum, lapidis quoq; ad metalla proportio ibi deſignatur: ita quidem, ut ſphærarum æqueponderantium è ſingulis hiſce confectarum diametri ibidem exprimantur.

Hujus diviſionis inventio diverſimodè poteſt inſtitui. Nam è ſingulis metallis vel globi conficiuntur ejuſdem planè magnitudinis: vel per unum idemq; foramen ducuntur longitudinis ejuſdem fila. Horum vel globorum, vel filorum pondera explorata, metallorum ad invicem proportionem oſtendent.

Quodſi globos ejuſdem planè magnitudinis habere non potes, reducas eos ad idem pondus, per ea, quæ problem. 15. tradidit Autor: ac deinde æqueponderantium globorum diametros in ſtereometrica linea inter ſe conferas. Exempli cauſa; ſunto globi, plumbeus 30. librarum, & ferreus librarum 25.

Iam ferrei globi diameter in ſtereometricas translata lineas, ſtatuatur inter 25. 25. & Inſtrumento non moto, indidem excipiatur interſtitum 30 30. quod eſt diameter globi ferrei 30. librarum. Habitis ergo utriusq; globi æquipondis diametris, eas in linea ſtereometrica invicem conferre, & proportionem exquirere metallorum iſtorum, difficile non eſt.

Cognoſcitur autem hæc proportio metallica vel directè, per numerum ponderis, quando globi ſunt æquales magnitudine: vel inversè per diametros in ſtereometricam translatas, quando globi ſunt æquiponderantes quidem, at magnitudine inæquales.

Ut ſi fiat aurea pila, fiat item cuprea, eidem æqualis; auream pilam ponderare duplum cupreæ, directè invenies. Inversè autem eandem duplam auri puri ad cuprum proportionem deprehendes, ſi conficias ex utroq; metallo pilas æquiponderantes. Nam ſi diametrum aureæ pilæ in Stereometricis lineis ſtatuas inter 1. 1. cupreæ diametrum congruere videbis ad 2. 2. non quòd cuprum ſit duplum ad aurum, ſed contrà hoc ad illud. Quæ eadem in cæteris metallis eſt ratio.

Sic aurum ad argentum ratione ponderis eſt, ut 100. ad 60. ſeu contractis terminis, ut 5. ad 3. quæ ratio ſuperbitertia eſt: ut autor noſter prodit problem. 22. Quanquam Lazarus Ercker, Metallicarum rerum ſupremus olim in Bohemia præfectus, in libro, quem de metallicis rebus edidit germanicè, fol. 60. b. deprehendiſſe ſe ſcribit, aurum purum ad argentum purum eſſe, ut 405. ſelibras (vulgò Marcas appellant) & 8. ſemuncias, ad ſelibras 227. ſemuncias 4. Cumq; ſelibra conſtet 16. ſemunciis, erit illa ratio 6488. ad 3636. vel ſi contractio fiat ad primos & minimos inter ſe, 1622. ad 909: quæ eſt proportio $1\frac{713}{909}$ Huic ut claro & peritiſſimo artifici fidem non abrogaverim. Hiſce præcognitis, facilè etiam, quæ ſit argenti ad cuprum ratio, cognoſcetur per ea, quæ Ramus lib. 2. Arith. cap. 3. de conjunctarationum numeratione tradit. Nam ſi ratio 909 ad 1622. quæ eſt argenti ad aurum, componatur cum ratione 2. ad 1. auri ad cuprum, multiplicatis & antecedentibus & conſequentibus inter ſe, & facta terminorum alternorũ contractione, prodibit ratio argenti ad cuprum, videlicet 909. ad 800. quæ eſt proportio $1\frac{109}{800}$.

Porrò auri ad plumbum ratio eſt 20. ad 13. quæ eſt proportio ſuperſeptupartiens decimastertias, Quare per compoſitionem rationum, plumbum

bum ad argentum erit, ut 10543. ad 9090. ſive (in minoribus, & æquivalentibus prope terminis) ut 105. ad 91, itemq; plumbum ad cuprum erit, ut 13. ad 10.

Preterea aurum ad ferrum eſt, ut 12. ad 5. Ergo ferrum eſt ad argentum ut 81. ad 109 (hoc eſt, ferè in ſubſeſquitertia proportione, ut 3. ad 4.) item ferrum ad plumbum, ut 25. ad 39. (quæ ratio eſt admodum vicina ei, quam Rivius habet in Architectura ſua germ. ubi dicit, ferrum ad plumbum eſſe in ſubſeſquialtera ferè proportione, ut 19. ad 30.) Tandem ferrum ad cuprum, ut 5. ad 6. quæ proportio ſubſeſquiquinta eſt.

Poſtremò aurum ad ſtannum eſt, ut 50. ad 21. & conſequenter per compoſitionem hujus & antecedentium rationum, erit ratio ſtanni ad argentum, 5677. ad 7575. item ſtanni ad plumbum 42. ad 45. ſtanni ad cuprum 21. ad 25. deniq; ſtanni ad ferrum ratio eſt 126. ad 125.

Haſce metallorum ex autoribus deſumptas, ad partem etiam experimento proprio cognitas proportiones, non omninò præciſas & accuratas eſſe, do lubens: nec id mirum. Eſt enim, ut ex peritiſſimis harum rerum cognovi ſæpiùs, metallorum purorum (de quibus hîc unicè loquimur) non ad ſe mutuò tantùm, ſed & in ſuo cujusq; genere aliqua ponderis diſcrepantia; ſic ut aurum auro, plumbum plumbo gravius leviúſve deprehendatur, utut magnitudine conveniant. Quin & metallum cuſum fuſo metallo præponderat: cùm ejus partes cudendo longè magis, quàm fundendo coarctentur, & ſolidiùs coeant. Ergò fruſtrà hîc ἀκρίβειαν quæſiveris.

Lapidum verò diverſitas longè, quàm metallorum, eſt major. Sunt enim bibuli quidam, quos arenarios vocant: ſunt alii ſolidiores, & hi ipſi inter ſe ſoliditate diſcrepantes. Prodidit autem in Architect. ſua Rivius, eſſe ferrum ad vulgarem lapidem, ut 38. ad 15. ſive ut 100. ad 40. ferè. Aliter A. Romanus. Ferri (inquit) ad lapidem ejuſdem magnitudinis, ratio in pondere ferè eſt, quæ 100. ad 30. vel 32. Feci & ipſe periculum hujus rei, & exactè collatis duarum Argentoratenſis armamentarii ſphærarum bombardicarum diametris, cognovi, ferrum ad lapidem obtinere rationem 100. ad 32. eam videlicet ipſam, quam ex A. Romano modò adduxi. Conſtabat autem ferrea quidem 66. libris & 6. ſemunciis: lapidea verò 4. centumpondiis, 31. libris cum dimidia. Unde quæſita diameter lapideæ ſphæræ itidem 66. lib. & 6. ſemunc. continebat particulas æquales 100. tales, qualium diameter ferreæ erat 68. vel quod excurrit. Qua ratione 100. ad 68. triplicata, hoc eſt, ter poſitis eius rationis terminis, & invicem multiplicatis, pro-

ſis, prodibit ratio, quam dixi 100, ad 32. ferè: qua retentâ, lapis ad aurum rationem habebit 8. ad 75. deinde ad argentum 13. ad 68. tum ad plumbum 32. ad 195. item ad cuprum 16. ad 75. deniq; ad ſtannum 16. ad 63.

Placuit autori. Parium quoq; lapidem ſeu marmor præcedentibus adjicere. cujus ad metalla proportionem in Inſtrumentis, autoris ductu fabricatis (nec enim aliunde licuit) invenio hanc, quod auri reſpectu ſit in ratione 31, ad 200. ac proinde reſpectu argenti 167. ad 606. plumbi 31. ad 130. cupri 31. ad 100. ferri 93. ad 250. ſtanni 31. ad 84. vulgaris deniq; lapidis 93. ad 6 $\frac{2}{3}$.

Cæterùm ut hæc Inſtrumento commodiùs inſcribantur, oportet, ut repertas metallorum lapidumq; diſcretas proportiones mutemus in continuas, quæ ſic ſunt.

Aurum ratione ponderis habet ſe ad eiusdem magnitudinis	*plumbum*	*ut 100. ad*	65
	argentum		56
	cuprum		50
	ſtannum		42
	ferrum		$41\frac{2}{3}$
	marmor		$15\frac{1}{2}$
	lapidem vulg.		$10\frac{2}{3}$

Iam quomodo ex hac tabella, puncta metallicarum proportionum in lineam propoſitam transferenda ſint, exemplo uno atq; altero dilucidum reddam.

Prima diameter auri eſt, quæ quamvis pro arbitrio quantacunq; poteſt aſſumi: tamen in typo, quem ære expreſſum damus, diameter aſſumpta eſt globi pendentis decem libras Argentoratenſes: illud videlicet intervallum, quod inter Inſtrumenti centrum & punctum Au. intercipitur: unde reliquæ diametri etiam ibidem deſignatæ, quippe globorum æquiponderantium, totidem libras ſignificant. Quod ideò factum, ut regulam ſphærometricam eò poſſimus expeditiùs inſtituere, per ea, quæ ſuprà probl. 24. ſunt ab Autore tradita. Nec reductio ad aliorum locorum uſitatam ponderis rationem difficilis erit, ut infrà, parte 3. monſtrabitur.

Conſtituta prima diametro, ſecundam, quæ plumbi eſt, inveniemus hoc pacto. Quoniam aurum eſt ad plumbum, ut 100. ad 65. ſumatur ergo

diameter

diameter auri directè, ac in ſtereometrica tranſverſè ſtatuatur inter 65. 65. atq; ſic non moto Inſtrumento, indidem excipiatur tranſverſum ſpatium punctorum 100. 100. quod eſt diameter globi plumbei in Metallicas lineas transferenda.

Diameter argentei globi reperitur itidem, ſi diameter auri ſtatuatur in ſtereometrica tranſverſè inter 56. 56. excipiaturq; ſpacium 100. 100. Atq; ſic in cæteris ſemper auri diameter in ſtereometricis lineis eſt accommodanda tranſverſè ad numerum ponderis, quod auri reſpectu tenet metallum propoſitum, & immoto Inſtrumento ex iiſdem ſtereom: excipienda diſtantia inter 100. 100. atq; in Metallicas transferenda.

Quod ſi non ſint in promptu ſtereometrica linea, uti licet hac ratione. Diameter auri duplicetur, duplicata in 200. particulas æquales dividatur, & ex appoſita tabella ſingulæ diametri in talibus particulis æqualibus deprompta arithmeticarum linearum ope transferantur in Metallicas lineas.

Sphærarum æqueponderantium diametri in particulis æqualibus.	
Aurum	100
Plumbum	115
Argentum	128
Cuprum	126
Stannum	133
Ferrum	134
Marmor	186
Lapis vulg.	211

Eſt autem hæc tabella confecta ope ſuperioris canonis radicum cubicarum. Nam radix centeſimi cubi 464. multiplicatur per 100. particulas æquales: & factus 46.400. ſemper dividitur per radices ſingulis ponderibus metallicis auri reſpectu competentes. Ut, inventurus diametrum ſphæræ plumbeæ, factum illum divide per 402. quæ eſt radix 65. cubi: Quotus 115. eſt globi plumbei aureo æqueponderantis diameter. Eſt enim talis analogia: Ut ſe habet cubi 65. ti radix 402. ad cubi centeſimi radicem, 464. ita ſe habent æquales particulæ 100. ad 115. Sic in cæteris.

Punctis jam impreſſis omnibus vel hæ notæ, au. pl. ar. cu. ſt. fe. mar. ſa. vel etiam characteres planetarum ſingulis metallis præfici ſolitorum adſcribantur. Tribuunt autem auro Solem, plumbo Saturnum, argento Lunã, cupro Venerem, ſtanno Jovẽ, deniq; ferro Martẽ. Cælius lib. 1. cap. 18.

Linea Polygraphica,
cum lit. E.

Ex iis lineis, quas Inſtrumenti facies altera capit, offerunt ſe primò

polygraphica, ſic ab Autore dicta, quòd earum ope polygona regularia ſuper quavis propoſita linea deſcribere liceat. Habet enim impreſſos ſibi radios periphereiarum petitis figuris circumſcriptibilium. Quorum inveniendorum duplicem trademus rationem, linealem unam, alteram numeralem.

Oportet autem omnium primò conſtituere, quot polygonorum talium radios propoſitæ lineæ velis inſcriptos. Sit propoſitum, ad vigintangulum usq; venire. Nec enim in architectura militari & uſu communi, cui potiſſimùm hoc ſervit Inſtrumentum, facilè longiùs proceditur. Cumq; vigintanguli latus è toto circulo ſubtendat gradus 18. tota linea dividenda deſcribatur in aliqua planitie, eidemq; æqualis alia annectatur, quæ cum ea conſtituat angulum 18. graduum. Jam hæc duo anguli crura baſi conjungantur, quæ baſis eſt radius circuli ſexangulo circumſcriptibilis, atque adeò ejusdem latus, ut patet è corollario prop. 15. lib. 4. Euclid. Porrò ſupra hanc ipſam baſin (priùs lineæ impreſſam, adjuncto numero 6.) deſcribantur petitæ figuræ æquilateræ & æquiangulæ, ut triangulum, quadrangulum, quinquangulum &c: eo artificio, quod à C. Clavio traditur ſub finem ſcholiorum in 4. librum Euclidis, repertiq; figuris ſingulis ſinguli circuli circumſcribantur, quorum radii ſive ſemidiametri ſunt in lineam [illegible] polygraphicam transferendæ.

Verùm longè certiùs & exactiùs hæc altero modo numerali perficiuntur, qui ſic habet. Aſſumatur linea quædam, arbitraria longitudine, quæ ſit latus ſexanguli ordinati, quæ cogitetur eſſe 1000. particularum æqualium: & in talibus particulis inveſtigentur radii circulorum circumſcriptorum reliquis petitis figuris regularibus, ſupra lineam aſſumptam deſcriptis. Quod quò fieri queat, priùs ope canonis ſinuum indagandum eſt, quæ ſit in ſingulis illis figuris proportio inter latus & circumſcripti circuli radium, ſeu ſinum totum 100000. Et quia latus ordinati multanguli eſt ſubtenſa arcûs proportionati, (ut quinquanguli latus eſt ſubtenſa quintæ partis circumſcriptæ peripheriæ: ſexanguli ſextæ: centanguli centeſimæ) igitur arcus dimidiatus (nam integro in tabulis opus non eſt) in Sinuũ canone ſinũ exhibet, qui duplicatus ſubtenſa eſt arcûs propoſiti, ſeu latus multanguli quæſitum.

Latus ergo inſcripti Trianguli æquilateri eſt ſubtenſa tertiæ partis, circumſcriptæ periphereiæ: nimirum ſubtenſa arcus graduum 120. ſi circulo 360. dentur gradus. Dimidiatus arcus, nim. 60. in tabula rectorum ſinuum exhibet ſinum 86603. qui numerus ejuſmodi partes denotat, qualium radius vel ſemidiameter continet 100000. Sinus hic duplicatus mon-

ſtrat arcûs propoſiti ſubtenſam, nimirum 173206. Et hec ſubtenſa latus eſt inſcripti periphereiæ trianguli. poſito videlicet radio partium 100000.

Porrò quadranguli inſcripti arcus eſt grad. 90. (Nam quater additi 90. gradus, integrant periphereiam gradibus 360.) Dimidiatus hic arcus, nimirum grad. 45. ſinum rectum habet 70711. qui duplicatus dat ſubtenſam arcûs graduum 90 ſeu latus quadranguli 141422.

Quinquanguli inſcripti arcus eſt gr. 72. cujus medietas 36. gr. exhibet ſinum 58779. qui duplicatus dat ſubtenſam arcûs grad. 72. ſeu latus quinquanguli 117558.

Sexanguli inſcripti arcus eſt grad. 60. Dimidiatus grad. 30. cujus ſinus 50000. qui duplicatus, eſt latus ſexanguli, coincidens cum radio, 100000.

Septanguli inſcripti arcus eſt graduum 51. cum tribus ſeptimis ſive 25. ſcrupulis primis, & 43. ſecundis. Hujus medietas grad. 25. ſcrupula prima 42. ſecunda 51. dat ſinum 43388. qui duplicatus, eſt latus ſeptanguli 86776.

Octanguli arcus graduum 45. dimidiatus 22. grad. cum dimidio, dat ſinum 38268. cujus duplum 76536. eſt latus octanguli.

Nonanguli latus ſubtendit gradus 40. cujus medietas 20. grad. exhibet ſinum 34202. qui duplicatus, eſt nonanguli latus 68404.

Decanguli arcus 36. grad. dimidiatus 18. grad. habet ſinum 30902. qui duplicatus, eſt latus decanguli 61804.

Undecanguli inſcripti arcus eſt graduum 32 cum octo undecimis, ſeu ſcrupulis primis 43. ſecundis 38. Dimidiatus arcus grad. 16. ſcrup. prim. 21. ſecund. 49 exhibet ſinum 28173. cujus duplum 56346. eſt latus undecanguli.

Duodecanguli arcus 30 grad. dimidiatus 15 grad. dat ſinum 25882. cujus duplum 51764. eſt latus duodecanguli.

Tredecanguli arcus eſt 27. grad. cum 9. decimistertiis. ſeu ſcrupulis primis 41. ſecundis 32. Dimidiatus hic arcus grad. 13 ſcr. prima 50. ſecunda 46. ſinum exhibet 23931. qui duplicatus 47863. eſt latus tredecanguli.

Quatuordecanguli arcus eſt graduum 25. ſcr. 42. ſecund. 51. Cujus dimidium grad. 12. ſcr. 51. ſec. 25. dat ſinum 22252. cujus duplum 44504. quatuordecanguli latus eſt.

Quindecanguli arcus eſt graduum 24 qui biſectus, eſt graduum 12. cujus ſinus 20791. duplicatus, eſt quindecanguli latus 41582.

Sedecanguli arcus eſt 22. grad. 30. ſcr. Cujus medietas 11. gra, 15. ſcr. dat ſinum 19509. qui duplicatus, eſt ſedecanguli latus 39018.

Septendecanguli arcus eſt gradnum 21. cum 3 decimisſeptimis, ſive ſcrupulis primis 10. ſecundis 35. Dimidiatus arcus gr. 10. pr. 35. ſec. 18. dat ſinum 18375. cujus duplum 34750. ſeptendecanguli latus eſt.

Octodecanguli arcus eſt gradnum 20. cujus medietas grad. 10. dat ſinum 17365. qui duplicatus 34730. eſt latus octodecanguli.

Novendecanguli arcus eſt gradnum 18. cum 18. decimisnonis, quæ faciunt 56. prima, & 50. ſecunda ſcrupula. Dimidiatus arcus grad. 9. pri. 28. ſec. 29. dat ſinum 16459. qui duplicatus 32918. eſt latus novendecanguli.

Vigintanguli deniq; inſcripti latus arcum ſubtendit gradnum 18. cujus medietas grad. 9. dat ſinum 15643. qui duplicatus 31286. vigintanguli latus eſt.

Summa calculi.

Numerus laterum vel angulorum	*Latera planorum ordinatorum, poſito circumſcripti circuli radio 100000.*
3	173205
4	141421
5	117557
6	100000
7	86776
8	76536
9	68404
10	61803
11	56346
12	51764
13	47863
14	44503
15	41582
16	39018
17	36750
18	34729
19	32918
20	31286

Inventis jam viginti planorum regularium lateribus in partibus talibus, qualium radius circumſcriptorum circulorum eſt 100000. porrò eorundem circumſcriptorum circulorum radii ſunt inveſtigandi in partibus talibus, qualium unumquodq; figurarum iſtarum latus ponitur eſſe 1000. ad hunc modum, ſi fiat, ut latus propoſitæ figuræ in antecedente tabella, ad radium 100000. ita latus datum 1000. ad aliud. Ut inventurus circuli triangulum circumſcribentis radium in lateris partibus milleſimis, inſtitues talem analogiam: Ut ſe habent 173205. (hunc enim numerum triangulari lateri competere, vides in antecedente tabella) ad radium 100000. ſic latus datum 1000. ad radium 577. Fractiones enim citra ſenſibilem errorem omitti poſſunt. Sic in quadrangulo: ut 141421. ad 100000. ita 1000. ad 707. Eodémque pacto cæteris in figuris ſemper 100000000. (qui eſt factus à duobus radiis 1000. & 100000.) dividatur per latus figuræ propoſitæ ex præcedente tabella excerptum: cujus ſupputationis ſummam adjuncta tabella complectitur.

Numerus laterum vel angulorum	Radii circulorũ figuris circũſcriptorũ, poſito cuiusq; latere 1000
3	577
4	707
5	850
6	1000
7	1152
8	1307
9	1462
10	1618
11	1775
12	1932
13	2089
14	2247
15	2405
16	2563
17	2721
18	2879
19	3038
20	3196

Ex hac itaq; tabella radios omnes in propoſitam lineam translaturus, accipito primùm arbitrariam longitudinem radii ſexangularis, eamq; in aliquo plano exactè dividito in partes 1000. æquales, hoc eſt, primò in 10. deinde harum decimarum unam in alias particulas 100. per tranſverſarias lineas, ratione ea, quæ ſuprà fol. 65. fuit expoſita: indeq; ſingulos radios excerptos in propoſitam Inſtrumenti lineam transferto.

Verùm ſi volueris, vigintànguli radium præcisè in extremitatem incidere lineæ propoſitæ, (id quod iſta ratione, aſſumpto arbitrario ſexanguli radio fieri vix poteſt) oportet, ut totam lineam dividas in partes 3196. æquales, utpote qui numerus vigintangulari radio è ſuperiore tabella competit. Atqui hoc perdifficile eſt, cùm hujus numeri diviſores primi ſint 2. 2. 799. Quapropter ſumatur alius eidem viciniſſimus, qui eſt 3200. cujus diviſores primi ſunt 2. 2. 2. 2. 2. 2. 2. 5. 5. ac proinde linea per eum commodè dividua.

Ut autem & hoc labore te ſublevem, dabo ſingulos radios in partibus talibus, qualium vigintangularis radius 1000. continet. Unde totam Inſtrumenti lineam in aliquo plano divides in 1000. partes æquales, indeq; ſingulos radios ope ſequentis tabellæ deſumptos in Inſtrumentum transferes, uſus parallelogrãmi compendio ſuprà fol. 65. tradito. En tabellam, cujus conficiendæ rationem exemplo declarabo. Triangularis radius in tabella ſuperiore eſt partiũ 577. talium, quales ſexangularis habet 1000. Atqui volo eandem in talibus, qualium vigintangularis eſt 1000. Ergo ſic ratiocinare: Ut ſe habent 3196. (vigintangularis radius in ſuperiore tabella) ad 577. (triangularem radium ibidem) ita ſe habent 1000. (radius vigintangularis modò aſſumptus) ad 180. Atque ſic in cæteris etiam ſinguli è ſuperiore tabella radii multiplicantur per 1000. factiq; per 3196. radium vigintangularem dividuntur.

Numerus laterum vel angulorum	Radii circulorũ figuris circũſcriptorum, poſito radio vigintangulari 1000.
3	180
4	221
5	266
6	313
7	360
8	409
9	457
10	506
11	555
12	604
13	654
14	703
15	753
16	802
17	851
18	901
19	950
20	1000

Linea Tetragonica,

lit. F.

Tetragonica, quam latinè Quadratricem non ineptè dixeris, inde nomen obtinuit ab Autore, quòd ejus ope τετραγωνισμὸς ſive Quadratura cùm circuli, tum regularium planorum, & conſequenter eorum reductio ad ſe invicem abſolvitur. Habet enim inſcripta latera & ſemidiametrum circuli figurarumq; rectilinearum æqualium: Cujus inventionis ratio nunc tradenda venit.

Ac ut initiò de circulo dicamus, etſi cuilibet rectilineo in triangula reſoluto æquale conſtitui poſſit rectangulum, tum oblongum per prop. 42. lib. 1. tum quadratum per prop. 14. lib. 2. Euclid. tamen qui circuli apodicticam & omninò accuratam quadraturam invenerit, in hunc uſque diem, quamvis multi conati, multi etiam Archimedaum illud εὕρηκα ingemina-

Ingeminaverint, inventus nemo fuit, nec invenietur unquam. Quadratura enim apodictica (ſi daretur) è proportione diametri ad circumferentiam tota dependeret: cùm juxta Archimedis, de circuli dimenſione propoſitionem primam, area cujusque circuli ſit æqualis triangulo rectangulo, cujus unum quidem latus circa rectum angulum ſemidiametro circuli, alterum verò circumferentiæ ejuſdem circuli eſt æquale. Atqui diametri hæc ad circumferentiam proportio nulla datur: cùm proportio, è def. 3. lib. 5. Euclid. ſit duarum magnitudinum ejuſdem generis mutua quædam ſecundùm quantitatem habitudo: Recta verò linea & obliqua non ſub eodem proximo genere comprehenduntur: ſed conſtant naturâ diverſiſſimæ: quippe illius omnes, etiam minimæ partes rectæ ſunt: hujus omnes obliquæ. Nec per ἐφάρμωσιν & applicationem ſenſibilem obliquæ lineæ rectis lineis æquari poſſunt geometricè ſeu accuratiſſimè, id quod in apodictica circuli quadratura requiritur. Et quamvis Lunulares figuras verè quadrare, Hippocrates Chius docuerit: anguli etiam Lunulares rectilineis æquari poſſint, ut Pappus apud Proclum in axiomate de angulis rectis tradit: tamen hæc æquatio, curvaturæ quadam compenſatione fit: qualis compenſatio in aliis præter Lunulares angulis, ut ſyſtroeidibus & pelecoeidibus (quibus circuli cavitas maximè affinis eſt) fieri nulla poteſt: proindeq́; circulo æquale rectilineum efformari naturâ nequit.

Cùm ergo præciſionem hîc attingi, & circumferentiæ ad diametrum veram proportionem indagari nequaquam poſſe Archimedes cerneret: propinquam ſaltem collatione majorum & minorum exquirere atq; demonſtrare, ad opera mechanica ſatis eſſe judicavit. Nam perimetrum figuræ 96. laterum circumſcriptæ invenit eſſe triplam diametri, & præterea non planè ſeſquiſeptimam: cumq́; inſcripti circuli circumferentia circumſcripti nonagintaſexanguli perimetro, quippe contentum continente, minor ſit, inde concluſit, inſcripti circuli circumferentiam ad diametrum eſſe triplam, & adhuc paulò minorem, quàm ſeſquiſeptimam. Contrà perimetrum nonagintaſexanguli circulo inſcripti reperit eſſe triplam & plusquam ſuperdecupartientem ſeptuageſimas primas. Unde collegit, circumſcripti circuli circumferentiam ad diametrum eſſe triplam, & præterea paulò majorem, quàm ſuperdecupartientem nonageſimas primas: cùm circumferentia circuli circumſcripti, perimetro inſcripti multanguli, utpote continens contento, major ſit. Adeo ut proxima diametri ad circumferentiam ratio, ſenſibus aliquomodo ſatisfaciens, interjecta ſit inter triplam ſeſquiſeptimam,

Cognitis [illegible] polygonorum [illegible]

[illegible]

Triangul.

[illegible]

[illegible]	Hydrargyri	[illegible]
	Plumbum	[illegible]
	Argentum	530
	Æs	470
	Ferrum	[illegible]
	Stannum	[illegible]
	Marmor	240
	Lapid. vulg.	165

[illegible]

Aurum	[illegible]
Hydrargyri	[illegible]
Plumbum	[illegible]
Argentum	[illegible]
Æs	[illegible]
Ferrum	[illegible]
Stannum	[illegible]
Marmor	[illegible]
Lapis vulg.	[illegible]

[illegible]

Adiuncta linea.

[illegible]

[illegible]



[illegible]

Ut autem ad ipſam aliquando tandem fabricæ rationem accedamus, habes hic [illegible] numerorum [illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
1	18 540	[illegible]	[illegible]
2	[illegible]	[illegible]	[illegible]
3	[illegible]	[illegible]	[illegible]
4	[illegible]	[illegible]	[illegible]
5	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
19	[illegible]	[illegible]	[illegible]
20	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

At *pere*

[illegible]

Linea chordarum.

Tabula II.

[illegible]

nitatis. Quemadmodum [illegible] graduum [illegible] duum [illegible] to partes particulas [illegible].

Si verò maior [illegible] contingeret [illegible] [illegible] Circumferentiæ [illegible] diametrum [illegible] partibus radii [illegible] [illegible].

Quemadmodum [illegible] gradibus 10 [illegible] [illegible] quam si diametro in partes 1000. divisâ singularum [illegible] promptè facilè [illegible].

Chordæ

Chordæ arcuum circuli ad diametrum
[illegible] ſuppoſitæ.

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible] modo ambages [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible] *vel quod ſane eſt,* [illegible] *A. T, O. C. I. D.* [illegible] *Hac commoditate* [illegible] *Tetraedrum* [illegible] *Dodecaedron.*

Linea ſphæræ corporumq; regularium

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]





[illegible]

PARS NOTATIONUM TERTIA

[illegible]

[illegible]

99 962678